

ON THE CONVERGENCE OF THE FOURIER SERIES OF ORTHONORMAL POLYNOMIALS IN THE DOMAIN WITH PIECEWISE SMOOTH BOUNDARY

Abstract

Let $G \subset C$ be a finite Jordan region and $h(z)$ be a weight function defined on G ; $\{K_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ is a system of orthonormal polynomials on the region G with $h(z)$. We denote the $H_2^1(h, G)$ as the class of analytic functions f in G and satisfying the following conditions:

$$\iint_G h(z) |f(z)|^2 d\sigma_z < \infty.$$

For each $f \in H_2^1(h, G)$ and $n = 0, 1, 2, \dots$, as shown by $a_n(f)$ Fourier coefficients of the function f with

$$a_n := a_n(f) = \iint_G h(z) f(z) \overline{K_n(z)} d\sigma_z,$$

and corresponds to f the series

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n K_n(z). \quad (*)$$

Let $S_n(f, z)$ be a partial sum of series (*) and $\varepsilon_n(z) := |f(z) - S_n(f, z)|$, $z \in G$. It is well known that $\varepsilon_n(z) \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$. What is the speed of the approximation to zero of $\varepsilon_n(z)$? This problem has been studied in [2, 5, 7, 15] when $L = \partial G$ is a K -quasiconformal, piecewise quasiconformal, piecewise smooth and belongs to the class $C(p, \alpha)$, ($p > 0, 0 < \alpha < 1$) respectively.

In this study, the speed of $\varepsilon_n(z) \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, $z \in G$ in domains with piecewise-smooth boundary (exterior $\lambda\pi$, $0 < \lambda \leq 2$, angles) depends on the properties of boundary arcs and the degree of their touch.

HİSSƏ-HİSSƏ HAMAR SƏRHƏDİ.İ OBLASTDA ORTONORMAL ÇOXHƏDLİLƏRİN FURYE SIRALARININ YIĞILMASI

Tutaq ki, $G \subset \mathbb{C}$ sonlu Jordan oblastu $h(z)$ G -də təyin olunmuş çəki funksiyası $\{K_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ G oblastunda ortonormal çoxhədlilər sistemidir. Biz $H_2^1(h, G)$ -lə G -də analitik olan və

$$\iint_G h(z) |f(z)|^2 d\sigma_z < \infty$$

şərti ödəyən f funksiyalar sinfini işarə edəyək.

Hər bir $f \in H_2^1(h, G)$ və $n = 0, 1, 2, \dots$ üçün f funksiyasının

$$a_n := a_n(f) = \iint_G h(z) f(z) \overline{K_n(z)} d\sigma_z,$$

Furye əmsallarına

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n K_n(z) \tag{*}$$

sirası uyğun gəlir.

Tutaq ki, $S_n(f, z)$ (*) sırasının xüsusi cəmləridir və $\varepsilon_n(z) := |f(z) - S_n(f, z)|$. Məlumdur ki, $n \rightarrow \infty$ olduqda $\varepsilon_n(z) \rightarrow 0$. $\varepsilon_n(z)$ sıfır hansı sürətlə yığılır? Bu məsələ [2, 5, 7, 15]-də $L = \partial G$ K -kvazinormal hissə-hissə kvazinormal, hissə-hissə hamar olduqda və uyğun olaraq $C(p, \alpha)$, ($p > 0, 0 < \alpha < 1$) sinfinə daxil olduqda öyrənilib.

Bu işdə hissə-hissə hamar oblastda öyrənilmişdir ki, $\varepsilon_n(z) \rightarrow 0$ yaxınlaşmasının sürəti sərhəd qövslərin xüsusiyyətlərindən və onların toxunma dərəcəsindən asılıdır.