

МЕХАНИКА

УДК 539. 43

АБИЕВ Т.К., ГУСЕЙНОВ Ф.И.

РАЗОГРЕВ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ПЛАСТИНКИ ПРИ ВИБРАЦИОННОМ НАГРУЖЕНИИ

При вибрационном (усталостном) нагружении материала происходит его постепенное разрушение, которое в некоторых классах материалов может вызвать изменение механических свойств, в частности увеличение скорости диссипации энергии [1].

Рассматривается расчет неустановившегося температурного поля пластинки, ослабленной двоякопериодической системой круговых отверстий, с учетом зависимости скорости диссипации \dot{W} от уровня повреждаемости (или в случае непрерывного нагружения, с учетом зависимости \dot{W} от времени).

Задача сводится к решению уравнения

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T + \dot{W}(t, T, x, y) \quad (1)$$

с начальным условием

$$T(x, y, 0) = T_0 \quad (2)$$

и условием на поверхности круговых отверстий

$$T = T_0 \quad (3)$$

где ρ - плотность; c - теплоемкость; λ - коэффициент теплопроводности; $\dot{W} = \dot{W}(t, T)$ - усредненная за цикл скорость диссипации энергии. Зависимость $\dot{W}(T)$ - обычно аппроксимируется экспонентой [2]. Опытные кривые зависимости рассеяния энергии за один цикл в стеклотекстолите от температуры [1] в полуграфических координатах с достаточной степенью точности аппроксимируются прямыми,

$$\dot{W} = \frac{\Delta W}{t_0} = a(\omega, \tau) e^{\beta(T - T_0)} \quad (4)$$

здесь a и β находятся из тех же кривых, а t_0 - период цикла.

Таким образом, скорость диссипации энергии \dot{W} вследствие накопления дефектов в процессе нагружения на основном участке долговечностей изменяется линейно [1].

Поэтому в практических расчетах может быть использовано выражение [3]:

$$\dot{W} = a(\omega, \tau)(1 + \eta_0 t) e^{\beta(\tau - \tau_0)} \quad (5)$$

Для внешности двоякопериодической системы круглых отверстий уравнение (1) с учетом выражения (5) имеет следующий безразмерный вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda t_0}{\rho c h^2} \Delta T_* + \frac{a \beta t_0}{\rho c} (1 + \eta \tau) e^{\tau} \quad (6)$$

с начальным условием

$$T_*(x, y, 0) = 0 \quad (7)$$

и граничным условием на поверхности круговых отверстий

$$T_* = 0 \quad (8)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$T_* = \beta(T - T_0), \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad \eta = h_0 t_0, \quad x_* = \frac{x}{h}, \quad y_* = \frac{y}{h}.$$

Из-за двоякопериодичности системы решение краевой задачи можно свести к решению краевой задачи для одного трансляционного элемента (область D).

На прямолинейных границах области D выполняется условие симметрии:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (9)$$

где n - направление нормали к контуру тела. В дальнейшем индекс * опускаем.

После квазилинеоризации нелинейное уравнение (6) заменяется последовательностью линейных уравнений [4].

$$\frac{\partial T^{(i+1)}}{\partial \tau} = \Delta T^{(i+1)} - g(T^{(i)}) - [T^{(i+1)} - T^{(i)}] \frac{\partial g(T^{(i)})}{\partial T},$$

$$g(T^{(i)}) = -\frac{1}{A} B (1 + \eta \tau) \exp(T^{(i)}), \quad (10)$$

где эти линейные уравнения удовлетворяют тем же граничным условиям, что и (6),

$$A = \frac{\lambda t_0}{\rho c h^2}; \quad B = \frac{a \beta t_0}{\rho c}.$$

Для отыскания решения уравнения (10) применяем полудискретный метод Галеркина, т.е. решение ищем в виде

$$T(x, y, \tau) = \sum_{k=1}^n a_k(\tau) \varphi_k(x, y), \quad (11)$$

где φ_k - базисные функции выбираются как в [5].

В каждом приближении получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Таким образом, мы приходим к задаче

Коши, для решения которой применяется метод Рунге-Кутты. Счет системы дифференциальных уравнений по методу Рунге-Кутты оказался устойчивым.

Неравенство

$$\max_{k,j} |a_k^{(n)}(\tau_j) - a_k^{(n-1)}(\tau_j)| \leq \varepsilon$$

используется в качестве критерия для остановки итерационного процесса.

Рассмотрены два случая расположения круговых отверстий:

- а) центры отверстий расположены в вершинах квадратной сетки;
- б) центры отверстий расположены в вершинах треугольной сетки.

Верхнюю оценку решения уравнения (6) можно получить исследуя для данной задачи кривую теплового баланса [1].

Уравнения кривой теплового баланса получим, если приравняем нулю правую часть уравнения (6). В результате получим следующую краевую задачу

$$B\Delta T + C(1 + \eta\tau)e^T = 0, \quad (12)$$

$$T = 0 \quad (13)$$

Время τ можно рассматривать как параметр. После квазилинейной аппроксимации уравнение (12) заменяется последовательностью линейных уравнений:

$$\Delta T^{(i+1)} = g(T^{(i)}) + [T^{(i+1)} - T^{(i)}] \frac{\partial g(T^{(i)})}{\partial T}, \quad (14)$$

где уравнения (14) удовлетворяют тем же граничным условиям, что и (12).

Таким образом, решение нелинейной краевой задачи сводится к решению последовательности линейных задач. Краевые задачи решаются при помощи вариационного метода Ритца. Приближенное решение задачи ищется в виде

$$T = \sum_{k=1}^n a_k \varphi_k(x, y),$$

где φ_k удовлетворяют следующим условиям:

- 1) $\varphi_k(x, y) = 0$ на дуге окружности круговых отверстий.
- 2) $\varphi_k(x, y)$ симметричны относительно прямолинейных границ элементарной ячейки.

На каждой итерации предыдущее решение используется как начальное приближение. В качестве критерия для остановки итерационного процесса используется неравенство

$$\|T^{(i+1)} - T^{(i)}\| \leq \varepsilon.$$

Здесь функциональная норма определяется следующим образом

$$\|T^{(i)}\| = \left[\iint_D (T^{(i)})^2 dx dy \right]^{1/2}.$$

Вычислительная устойчивость обеспечивается, если

$$\sum_{k=1}^n |a_k^{(i+1)} - a_k^{(i)}(\tau_j)| \leq \frac{\varepsilon}{M},$$

где $M = \max_k \|\varphi_k\|$.

Для числительного расчета были приняты следующие значения теплофизических констант стеклотекстолита ЭФС согласно [6, 7].

$$\rho = 1,8 \text{ г/с м}^3; \quad c = 0,24 \text{ кал/Г град}; \quad \alpha = 2,6 \times 10^{-3} \text{ 1/с}; \quad t_0 = 1/15 \text{ с}.$$

Коэффициент теплопроводности λ равен 0,3 ккал/(м г).

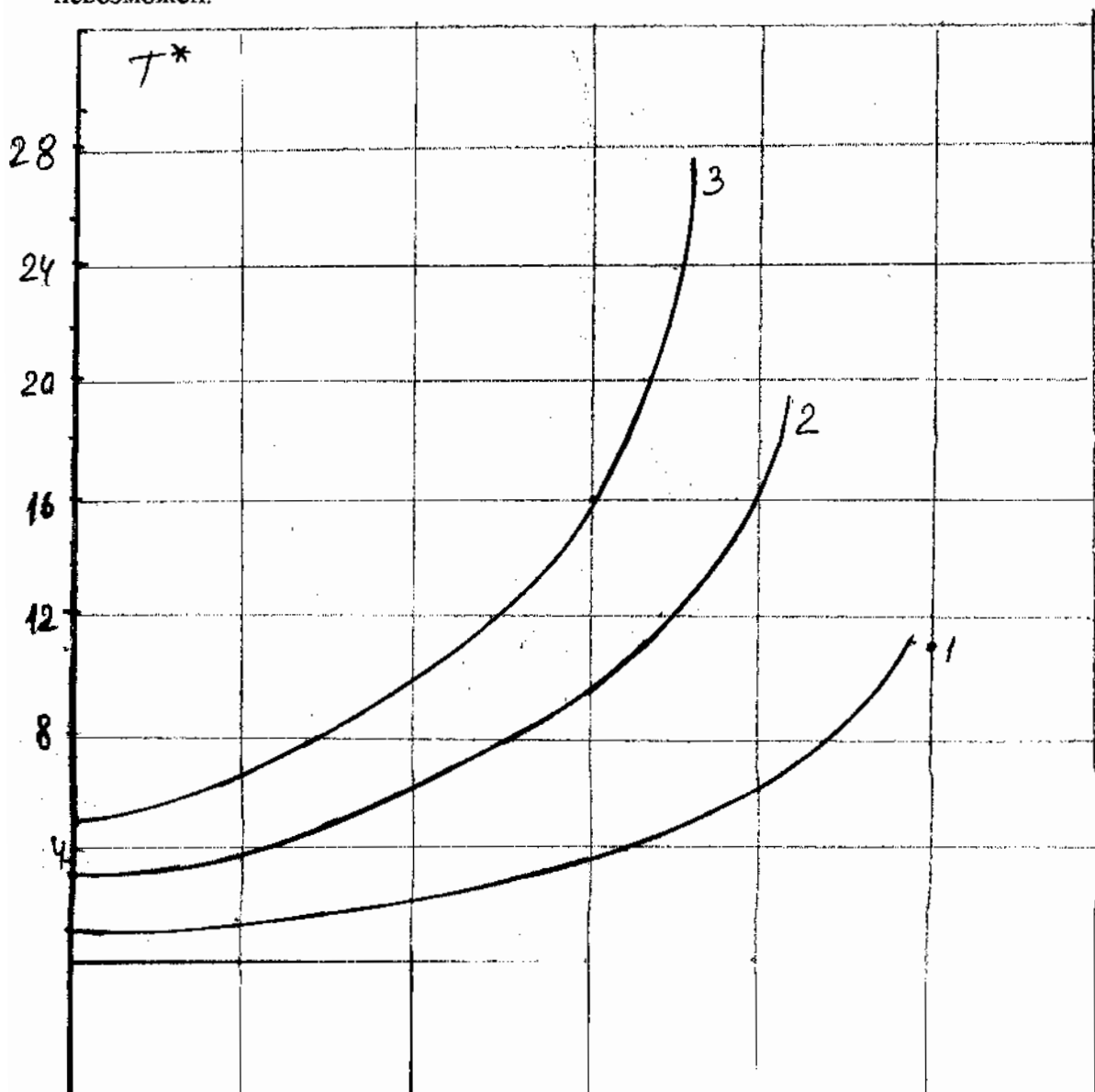
$$\text{Значения } a \approx 0,45 \times 10^{-7} \text{ Г}^5 \text{ кгс см/см}^3 \text{ сек и } \beta = 0,034 \text{ град}^{-1}.$$

Найдены из графиков работы [1]. В качестве первого приближения принято $\eta = 2 \times 10^{-6}$, которое устанавливается из условия совпадения расчетной и экспериментальной долговечностей образца [3].

На основании полученных результатов на рис. 1, в случае квадратной сетки построены кривые 1-3 распределения безразмерной температуры T^* по прямолинейной границе области D для некоторых значений радиуса отверстия

$$R^* = 0,2; \quad R^* = 0,3; \quad R^* = 0,5.$$

Исследование показало, что процесс разрушения сопровождается монотонным повышением температуры перфорированной пластинки и заканчивается ее резким возрастанием, когда тепловой баланс в материале невозможен.



Литература

- [1]. Олдырев П.П., Тамуж В.П. *Изменение свойства стеклотекстолита при циклическом растяжении-сжатии*. Механика полимеров, 1967, № 5
- [2]. Барренблатт Г.И., Козырев Ю.И., Малинин Н.И., Павлов Д.Я., Шестериков С. *О виброползучести полимерных материалов*. Журнал прикладная механика и тех.- физика, 1965, № 5.
- [3]. Негреева С.Н., Тамуж В.П. *Разогрев и разрушение полимерных материалов при вибрационном нагружении*. Сб. "Успехи механики деформируемых сред" М., 1975.
- [4]. Беллман Р., Энджел Э. *Динамическое программирование и уравнения частных производных*. М., "Мир", 1974.
- [5]. Мирсалимов В.М., Абиев Т.К. *Плоская задача термоупругости с внутренними источниками тепла*. Сб. "Тонколистовая прокатка", Воронеж, 1983.
- [6]. Олдырев П.П., Тамуж В.П. *Рассеяние энергии в стеклотекстолите при циклическом растяжении-сжатии*. Механика полимеров, 1969, № 4.
- [7]. Киселев Б.А. *Стеклопластики*. Хим. Издат., 1961.

Abiyev T.K. TSİLİK YÜKLƏNMƏDƏ İKİLİ-PERİODİK BOŞLUQLARA
ZƏİFLƏDİLMİŞ POLİMER LÖVHƏNİN İSTİLİKDƏN
DAĞILMASI

Enerjinin məsrəf sürəti nəzərə alınmaqla, ikili-periodik dəşiklər sistemi ilə zəiflədilmiş lövhənin qeyristasionar temperatur səhəsinin hesabı nəzərdən keçirilir.

Abiyev T.K. NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD IN POLYMER
PLATE, WEAKENED BY 2-PERIODIC SYSTEM CIRCULAR
HOLES, OF CYCLIC LOADING

This article is devoted to investigation of non-stationary temperature field in polymer plate, weakend by 2-periodic system circular holes, allowing for relations' hip between energy dissipation of cyclic loading.