УДК 539.3

АГАЛАРОВ Д.Г., СЕЙФУЛЛАЕВ А.И., МАМЕДОВА Г.А.

ДВИЖЕНИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ С ПОДПРУЖИНЕННОЙ МАССОЙ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ.

Задача воздействия нестационарных волн на цилиндрическую оболочку, содержащую подпружиненные массы была рассмотрена в работе [1]. При решении задачи использовались интегральные преобразования Фурье координата по оси цилиндра и Лапласа по времени. Интегралы обращения вычислялись с помощью квадратичной формулы Гаусса- Лаггера (для трансформаты преобразования Фурье) и разложения в ряды по ультросферическим функциям (для трансформаты преобразования Лапласа).

Однако численные расчеты были реализованы для стальной оболчки, погруженной в воду и не содержащей дискретной системы масс.

Вданной работе оригиналы трансформат вычисляются методом с использованием численного решения интегрального уравнения Вольтерра первого порядка, использованным в работе [2]. Однако в отличие от ступенчатой аппроксимации подинтегральных функций здесь используются аппроксимации отвечающие характеру подинтегральных функций, что значительно повышает точность результатов.

Рассматривается движение круглой обоймы, содержащей внутри подпружиненную массу помещённую в сжимаемую идеальную жидкость.

В работе [3] было найдено изображение потенциала жидкости в виде

$$\bar{\varphi} = C(p)K_1\left(\frac{pr}{a}\right)\cos\theta \qquad (1)$$

где φ - потенциал вектора скорости жидкости, θ - полярный угол, K_1 - функция Макдональда первого порядка, r - расстояние от центра обоймы, a - скорость звука, p - оператор преобразования Лапласа- Карсона по времени,

$$C = \frac{-\left(M_1M_2p^2 + M_1L + M_2L\right)\dot{x}_0}{\left(M_1M_2p^2 + M_1L + M_2L\right)\left(\frac{p}{a}K_0 + \frac{1}{r_0}K_1\right) + \left(M_2p^2 + L\right)\rho\pi r_0K_1} \qquad (2)$$

M_1 - масса обоймы, M_2 - масса подпружиненная, L - жесткость пружин, $\dot{x}_0$ - начальная скорость включения, ρ - плотность жидкости, r_0 - наружный радиус обоймы, K_0 - функция Макдональда нулевого порядка.

Перепишем выражение *(2)* в виде

$$C = \frac{-r_0\dot{x}_0}{\frac{pr_0}{a}K_0 + K_1 + \left(1 + \frac{M_2 L}{M_1 M_2 p^2 + M_1 L + M_2 L}\right)\frac{\rho\pi r_0^2}{M_1}K_1}. \tag{3}$$

Для нахождения оригинала знаменателя в *(3)* понадобятся следующие оригиналы

$$PK_0\left(\frac{pr}{a}\right) \to \frac{a}{r\sqrt{\left(\frac{at}{r}\right)^2 - 1}}; \quad K_1\left(\frac{pr}{a}\right) \to \sqrt{\left(\frac{at}{r}\right)^2 - 1};$$

$$\frac{p}{p^2 + e^2} \to \frac{\sin et}{e}, \quad \text{где } t > \frac{r}{a}, \quad e^2 = \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)L$$

Обозначив оригинал всего знаменателя через z, а также $\theta_1 = \frac{at}{r_0}$, имеем

$$-z = \frac{1}{\sqrt{\theta_1^2 - 1}} + \left(\frac{\rho\pi r_0^2}{M_1} + 1\right)\sqrt{\theta_1^2 - 1} + \frac{L\rho\pi r_0^2}{M_1^2 e}\int_0^t \sin(t-\eta)e\sqrt{\left(\frac{a\eta}{r_0}\right)^2 - 1}\,d\eta \tag{4}$$

Введя $M_1 = \pi\rho_* r_0^2, L = M_2 w^2, e = w\sqrt{\frac{M_2}{M_1} + 1}$ имеем:

$$-z = \frac{1}{\sqrt{\theta_1^2 - 1}} + \left(\frac{\rho}{\rho_*} + 1\right)\sqrt{\theta_1^2 - 1} + \frac{\rho}{\rho_*}\frac{wr_0}{a\sqrt{\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 + \frac{M_1}{M_2}}}\int_1^{\theta_1}\sqrt{\theta_*^2 - 1}\sin\frac{r_0 e}{a}(\theta_1 - \theta_*)d\theta_* \tag{5}$$

Пример. Рассмотрим частный случай. При $\rho = \rho_*, M_1 = M_2, e = w\sqrt{2}$, формула *(5)* примет вид

$$-z = \frac{1}{\sqrt{\theta_1^2 - 1}} + 2\sqrt{\theta_1^2 - 1} + \frac{wr_0}{a\sqrt{2}}\int_1^{\theta_1}\sqrt{\theta_*^2 - 1}\sin\frac{r_0\sqrt{2}}{a}(\theta_1 - \theta_*)d\theta_* \tag{6}$$

Для примера примем $\frac{wr_0}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, где $\frac{a}{r_0} = w_1$ - собственная частота жидкости в r_0, тогда

$$-z_n = \frac{1}{\sqrt{\theta_1^2 - 1}} + 2\sqrt{\theta_1^2 - 1} + \frac{1}{2}\int_1^{\theta_1}\sqrt{\theta_*^2 - 1}\sin(\theta_1 - \theta_*)d\theta_* \tag{7}$$

При $\theta_1 \approx 1$, $S \approx \frac{2}{\pi z}$ найдя S аналогично работе [3] потенциал φ, учитывая, что

$$\bar{\varphi}_1 = CK_1\left(\frac{pr}{a}\right) = \frac{CpK_1}{p},$$

$$\frac{1}{\alpha\dot{x}_0}\cdot\varphi_1 = \int_{r/r_0}^{\theta_1} \frac{S(\theta_1-\theta_*)}{\sqrt{\theta_*^2 - r^2/r_0^2}}\theta_*\,d\theta_*$$

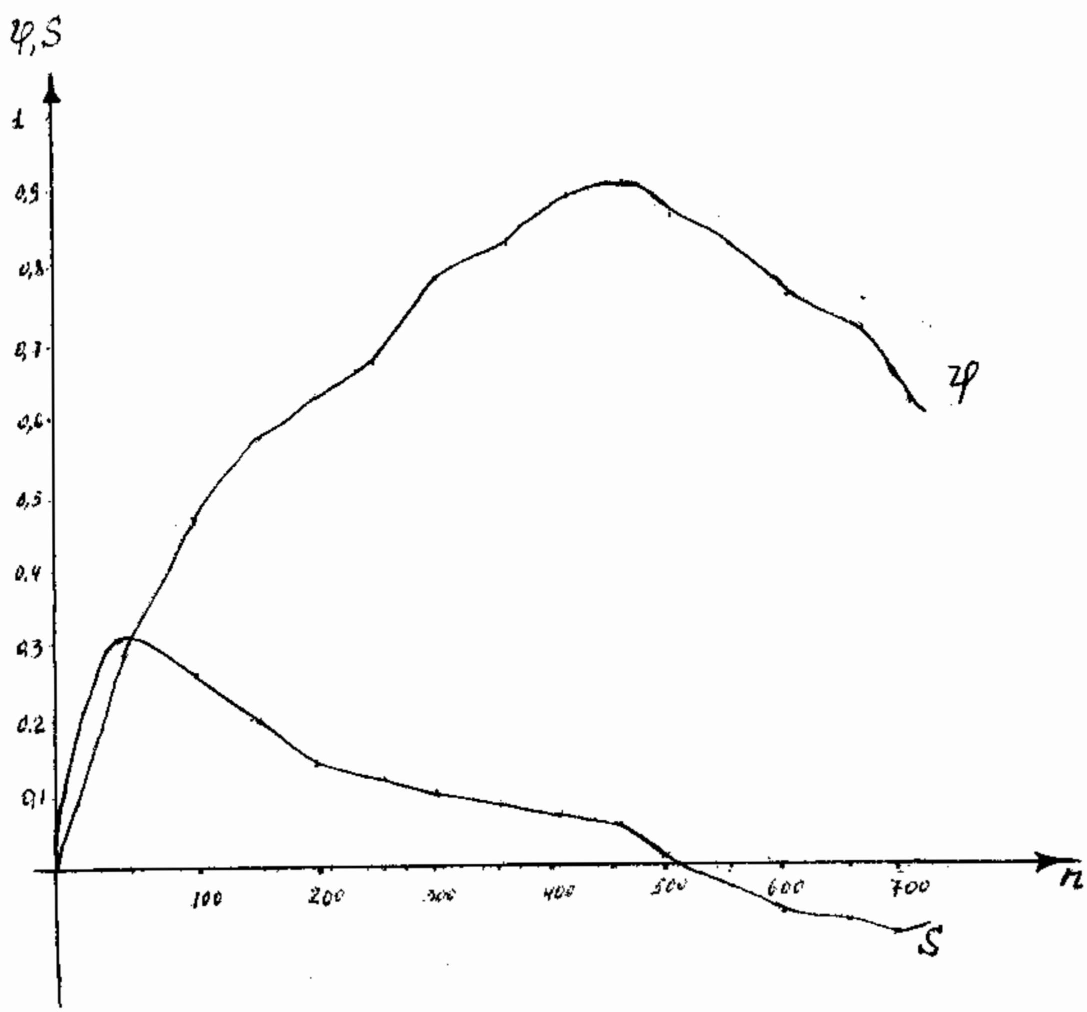
Для вычисления φ можно приближенно пользоваться формулой

$$\varphi_n = \alpha\dot{x}_0\tau\left(S_n\sqrt{(q+\tau)^2-q^2} + \sum_{i=1}^{n-1} S[(n-i)\tau]\right)\frac{q+i\tau}{\sqrt{(q+i\tau)^2-q^2}}$$

где $q = \frac{r}{r_0}$, а также

$$\int_1^{\theta_1}\sqrt{\theta_*^2-1}\,\sin(\theta_1-\theta_*)d\theta_* = \tau\sum_{i=0}^{n}\sqrt{(1+i\tau)^2-1}\,\sin[(n-i)\tau]$$

На рис. 1 изображен график граничной функции S и потенциала на границе во времени в безразмерных величинах.



Литература

[1]. Huang h., Lu J.P., Wang Y.F. *Transient interaction of spherical acoustic waves, a cylindrical elastic shell and it is internal multidegree- of freedom mechanical systems.* J. Acoust. Soc. America, 1974, vol. 56, ¹1, ð. 4-10.

[2]. Кубснко В.Д., Паносюк Н.Н. *Действие нестационарных волн на цилиндрические тела в сжимаемой жидкости.* Прикладная механика, 1973, т.9, вып. 12, с. 77- 82.

[3]. Агаларов Т.Д. *Взаимодействие акустической волны с оцилляmором.* Сборник научных трудов по механике, №7, Баку, 1997, с. 181- 184.

Ağalarov M.H., SeyfullayevƏ.İ., Məmmədova G.A.

DAXİLETMƏNİN YAYLI KÜTLƏ İLƏ AKUSTİK MÜHÜTDƏ HƏRƏKƏTİ

İkiölçülü qoyuluşda sıxıla bilən mayedə daxilində yaylı kütlə olan silindrik hərəkəti öyrənilir. Məsələnin həllində I növ Volterr tipli inteqral tənliyindən istifadə olunur.

Agalarov J.G., Seyfullayev A.I., Mamedova G.A.

THE MOVEMENT OF AN INSERTING WITH SPRING-LOADED MASS IN THE ACUSTIC MEDIUM

The two- dimensional problem about a movement of the rigit and chamber cylinder with a spring- loaded mass in the compressible liquid is considered. For the solution the problem the first kind Walterra equation is used.