

УДК 539.3

ДЖАФАРОВ Ч.Э.

К ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕПРЕРЫВНО НЕОДНОРОДНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН

Рассмотрим задачу динамической устойчивости шарнирно опертой по всему контуру прямоугольной ($a \times b \times h$) пластинки, нагруженной в своей плоскости сжимающей переодической силой в направлениях X и Y , с интенсивностью $p(t)$ (отметим, что аналогична задача при статической устойчивости рассмотрена в работе [3]).

Предположим, что модуль упругости материала пластинки зависит от трех пространственных координат, а коэффициент Пуассона имеет постоянное значение (это условие не является принципиальным):

$$E = E_0 \Phi_1(\bar{x}) \Phi_2(\bar{y}) \Phi_3(\bar{z}), \quad \nu = \text{const}$$

где,

$$\bar{x} = xa^{-1}, \quad \bar{y} = yb^{-1}, \quad \bar{z} = zh^{-1};$$

$E_0 = \text{const}$ - соответствует к однородному случаю;

$\Phi_1(\bar{x}), \Phi_2(\bar{y}), \Phi_3(\bar{z})$ - являются непрерывными функциями со своими производными.

Отбрасывая элементарные подробности и используя результаты работы [3] можно написать:

$$C_{\omega}''(t) + \omega^2 \left[1 - \frac{p(t)}{\bar{p}} \right] C_{\omega}(t) = 0; \quad (1)$$

Рассмотрим случай, когда $p(x)$ имеет следующий вид:

$$p(t) = p_i \cos \theta t; \quad (2)$$

где,

θ - частота внешней нагрузки;

p_i - амплитуда возмущений;

Тогда учитывая (2) в (3) получим:

$$C_{\omega}''(t) + \omega^2 (1 - 2\mu \cos \theta t) C_{\omega}(t) = 0; \quad (3)$$

Где введено обозначение:

$$\mu = \frac{p_i}{2\bar{p}}$$

Границы первых трех областей динамической неустойчивости можно определить с помощью следующих приближенных формул [1]:

для первой области неустойчивости,

$$\theta^* = 2\omega\sqrt{1 \pm \mu} \quad (4)$$

для второй области неустойчивости,

$$\theta^* = \omega\sqrt{1 + \frac{1}{3}\mu^2} \quad (5)$$

для третьей области неустойчивости,

$$\theta^* = \frac{2}{3}\omega\sqrt{1 - 2\mu^2}$$

Подставляя значение в уравнения (4)- (6) и после некоторых вычислений получим:

$$\theta_i^* = 2\omega d \sqrt{1 \pm \frac{\mu_0}{\bar{p}}} \quad (7)$$

$$\theta_{II}^* = \omega d \sqrt{1 \pm \frac{\mu_0^2}{3\bar{p}^2}} \quad (8)$$

$$\theta_{II}^* = \omega d \sqrt{1 - \frac{2\mu_0^2}{\bar{p}^2}}$$

$$\theta_{III}^* = \frac{2}{3}\omega d \sqrt{1 - \frac{9\mu_0^2 / \bar{p}^2}{8 \pm \frac{2\mu_0}{\bar{p}}}} \quad (9)$$

Где обозначено: $d^2 = \frac{1}{\Delta_1}(\Delta_2 - c\Delta_3)$

$$\mu_0 = \frac{12P_t}{E_0 h}$$

(эти обозначения приняты с работы [3]).

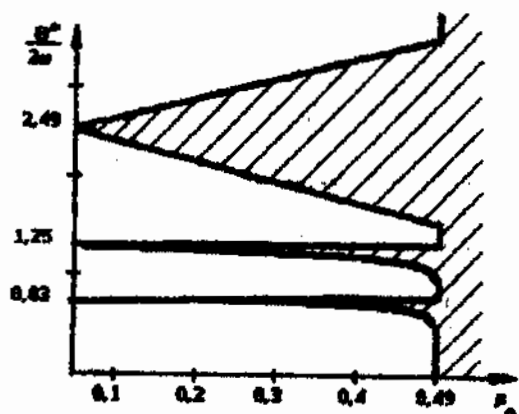
Учитывая, что $p_t \leq \bar{p}$ и после некоторых преобразований можно получить:

$$\frac{\theta_i^*}{2\omega_0} = d \sqrt{1 \pm \frac{\mu_0}{\bar{p}}} \quad (10)$$

$$\frac{\theta_{II}^*}{2\omega_0} = \frac{d}{2} \sqrt{1 \pm \frac{\mu_0^2}{3\bar{p}^2}} \quad (11)$$

$$\frac{\theta_{II}^*}{2\omega_0} = \frac{d}{2} \sqrt{1 - \frac{2\mu_0^2}{\bar{p}^2}}$$

$$\frac{\theta_{III}^*}{2\omega_0} = \frac{d}{3} \sqrt{1 - \frac{9\mu_0^2 / \bar{p}^2}{8 \pm \frac{2\mu_0}{\bar{p}}}} \quad (12)$$



На рисунке представлены области неустойчивости построенные на основании численных выражений по формулам (10)- (12) для квадратной пластинки ($c = 1$) при различных значениях постоянной величины μ_0 , учитывающей степень неоднородности материала пластинки.

Литература

- [1]. Болотин В.В. *Динамическая устойчивость упругих систем*. М.: Гостехиздат, 1956.
- [2]. Ломакин В.А. *Теория упругости неоднородных тел*. Изд-во МГУ, 1978, с.367.
- [3]. Гаджиев В.Д., Джафаров Ч.Э. *К устойчивости непрерывно неоднородных пластин*. Сборник научных трудов по механике. Баку, 1995, с. 197-199.

Сәфәров Ч.Э.

FASILƏSİZ QEYRİ-BİRCİNSLİYƏ MALİK DÜZ-BUCƏQLİ LÖVHƏNİN DİNAMİK DAYANIQLIĞI

Bu məqalədə fasiləsiz qeyri-bircins materialdan hazırlanmış periodik qüvvələrdə olan lövhənin dinamik dayanıqlığı məsələsinə baxılmışdır.

Jafarov Ch.E.

DYNAMIC STABILITY OF CONTINUOUSLY NON-HOMOGENEOUS RECTANGULAR PLATES

In this are paper are investigate problems of stability of plates made of continuously non-homogeneous materials under periodically vraying forces.

Numerical calculation is obtained for the forms of non-homogeneities and critical parameters are found.