УДК 517.95

АЛИЕВ А. Р.

О РАЗРЕШИМОСТИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство, A-положительно-определенный самосопряженный оператор в H $(A = A^* > cE, \quad c > 0)$.

Обозначим через $L_2(\Re_+;H)$ гильбертово пространство вектор-фукций, определенных в $\Re_+ = (0;+\infty)$ со значениями из H и для которых интеграл

$$\|f\|^2_{L_2(\Re_+;H)} = \int_0^{+\infty} \|f(t)\|^2_H \, dt < +\infty$$

Введем следующие множества:

$$W_2^3(\Re_+;H) = \left\{u(t) \middle| u'''(t) \in L_2(\Re_+;H), A^3 u(t) \in L_2(\Re_+;H)\right\}$$

$$\overset{00}{W}{}_2^3(\Re_+;H) = \left\{u(t) \middle| u'''(t) \in W_2^3(\Re_+;H), u(0) = u'(0) = 0\right\}$$

Каждое из этих линейных множеств, снабженное нормой

$$\|u\|_{W_2^3(\Re_+;H)} = \left(\|u'''\|^2_{L_2(\Re_+;H)} + \|A^3 u\|^2_{L_2(\Re_+;H)} \right)^{1/2},$$

становится гильбертовым пространством [1,с.23].

Перейдем к краевой задаче, которую мы будем изучать.

Рассмотрим операторно-дифференциальное уравнение третьего порядка с разрывным коэффициентом

$$-u'''(t) + \rho(t) A^3 u(t) + A_1 u''(t) + A_2 u'(t) + A_3 u(t) = f(t), \quad t \in \Re_+, \tag{1}$$

со следующим краевыми условиями

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 0, \tag{2}$$

где

$$f(t) \in L_2(\Re_+;H), \quad u(t) \in W_2^3(\Re_+;H),$$

а A_1, A_2, A_3 – линейные, вообще говоря, неограниченные операторы, функция $\rho(t)$ – числовая функция, причем

$$\rho(t) = \begin{cases} \alpha, & \text{если} \quad 0 \le t \le 1, \\ \beta, & \text{если} \quad 1 < t < +\infty, \end{cases}$$

α, β – положительные, вообще говоря, не равные друг другу числа.

Определение. *Если вектор-функция* $u(t)$ *из* $W_2^3(\Re_+;H)$ *удовлетворяет* *уравнению (1) почти всюду в* $\Re_+$, *а граничные условия выполняются в смысле*

$$\lim_{t\to 0}\left\|A^{3-j-1/2}u^{(j)}(t)\right\| = 0, \quad j = 0;1,$$

то $u(t)$ *будем называть регулярным решением краевой задачи {(1), (2)}.*

В данной статье указаны достаточные условия существования и единственности регулярного решения краевой задачи {(1), (2)}, выраженные только коэффициентами уравнения (1). Нужно отметить, что в работе при доказательстве теоремы о существовании и единственности регулярного решения задачи {(1), (2)} попутно получаются оценки промежуточных производных через главную часть уравнения (1) в подпространстве $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$, имеющие самостоятельный математический интерес.

При $\alpha=\beta=1$ краевая задача {(1), (2)} была изучена в работах С.С.Мирзоева [2], [3].

Сперва рассмотрим уравнение

$$-u'''(t)+\rho(t)A^3u(t)=f(t), \tag{3}$$

где

$$f(t)\in L_2(\Re_+;H), \quad u(t)\in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H).$$

Через $\mathcal{P}_0$ обозначим оператор, действующий из пространства $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ в $L_2(\Re_+;H)$ следующим образом:

$$\mathcal{P}_0u(t)\equiv -u'''(t)+\rho(t)A^3u(t), \quad u(t)\in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H).$$

Тогда имеет место следующая теорема.

Теорема 1. *Оператор* $\mathcal{P}_0$ *является изоморфизмом из пространства* $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ *на* $L_2(\Re_+;H)$.

Доказательство. Очевидно, что однородное уравнение $\mathcal{P}_0u(t)=0$ имеет только нулевое решение из пространства $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$. Это следует из того , что решение уравнения $\mathcal{P}_0u(t)=0$ из $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ имеет следующий вид:

$$\tilde{u}(t)=\begin{cases}\tilde{u}_1(t)=e^{\sqrt[3]{\alpha}\omega_1 tA}\tilde{\varphi}_0+e^{\sqrt[3]{\alpha}\omega_2 tA}\tilde{\varphi}_1+e^{-\sqrt[3]{\alpha}(1-t)A}\tilde{\varphi}_2, & 0\le t<1,\\ \tilde{u}_2(t)=e^{\sqrt[3]{\beta}\omega_1(t-1)A}\tilde{\varphi}_3+e^{\sqrt[3]{\beta}\omega_2(t-1)A}\tilde{\varphi}_4\quad, & 1<t<+\infty,\end{cases} \tag{4}$$

где $\omega_1=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\omega_2=-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, а векторы $\tilde{\varphi}_j\in D(A^{3-j-1/2})$, $(j=0,1,2,3,4)$ – искомые элементы пространства H. Из условия

$\tilde{u}(t) \in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ для определения этих элементов мы получаем следующие соотношения:

$$\begin{cases} \tilde{u}(0) = \tilde{u}_1(0) = 0 \\ \tilde{u}'(0) = \tilde{u}_1'(0) = 0 \\ \tilde{u}(1) = \tilde{u}_1(1) = \tilde{u}_2(1) \\ \tilde{u}'(1) = \tilde{u}_1'(1) = \tilde{u}_2'(1) \\ \tilde{u}''(1) = \tilde{u}_1''(1) = \tilde{u}_2''(1), \end{cases} \tag{5}$$

из которых легко находятся, что все $\tilde{\varphi}_j = 0,\ j = 0,1,2,3,4,$ то есть $\tilde{u}(t) = 0$.

Покажем, что уравнение $\mathcal{P}_0 u(t) = f(t)$ имеет решение из $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ при любом $f(t) \in L_2(\Re_+;H)$.

Действительно, рассмотрим уравнение в пространстве $W_2^3(\Re;H)$ $(\Re = (-\infty;+\infty))$

$$\mathcal{P}_\alpha v(t) \equiv -\frac{d^3 v(t)}{dt^3} + \alpha A^3 v(t) = F(t), \tag{6}$$

где

$$F(t) = \begin{cases} f(t), & если \quad t \in (0;1), \\ 0, & если \quad t \in \Re \setminus (0;1). \end{cases}$$

Легко увидеть, что решение уравнения (6) из пространства $W_2^3(\Re;H)$ представляется в виде

$$v(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} (-i^3\lambda^3 E + \alpha A^3)^{-1}\left(\int_0^1 f(s)e^{-i\lambda s}ds\right)e^{it\lambda}d\lambda$$

Действительно, по известной теореме Планшереля

$$\|v\|^2_{W_2^3(\Re;H)} = \left\|\frac{d^3v}{dt^3}\right\|^2_{L_2} + \|\alpha A^3 v\|^2_{L_2} = \|i\lambda^3\hat{v}(\lambda)\|^2_{L_2} + \|\alpha A^3\hat{v}(\lambda)\|^2_{L_2} \le$$

$$\le \|(-i^3\lambda^3E + \alpha A^3)^{-1} i\lambda^3\|^2_{H\to H}\|\hat{f}(\lambda)\|^2_{L_2} + \|\alpha A^3(-i^3\lambda^3E + \alpha A^3)^{-1}\|^2_{H\to H}\|\hat{f}(\lambda)\|^2_{L_2} \le$$

$$\le const\|\hat{f}(\lambda)\|^2_{L_2} = const\|f(t)\|^2_{L_2((0;1);H)},$$

где $\hat{v}(\lambda), \hat{f}(\lambda)$ – преобразования Фурье функций $v(t)$, $f(t)$ соответственно.

Затем определим сужение решения $v(t)$ на $(0;1)$ и обозначим его через $u_\alpha(t)$.

Аналогично, можно рассмотреть уравнение

$$\mathcal{P}_0 v(t) \equiv -\frac{d^3 v(t)}{dt^3} + \beta A^3 v(t) = F(t), \tag{7}$$

где

$$F(t) = \begin{cases} f(t), & если \quad t \in (1;+\infty), \\ 0, & если \quad t \in \Re \setminus (1;+\infty) \end{cases}$$

и определить решение $u_\beta(t)$ уравнения (7) из пространства $W_2^3((1;+\infty);H)$.

Значит, решение уравнения $P_O u(t)=f(t)$ из пространства $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ представляется в виде

$$u(t)=\begin{cases} u_1(t)=u_\alpha(t)+e^{\sqrt[3]{\alpha}\omega_1 tA}\varphi_0+e^{\sqrt[3]{\alpha}\omega_2 tA}\varphi_1+e^{-\sqrt[3]{\alpha}(1-t)A}\varphi_2, & 0\le t<1,\\ u_2(t)=u_\beta(t)+e^{\sqrt[3]{\beta}\omega_1(t-1)A}\varphi_3+e^{\sqrt[3]{\beta}\omega_2(t-1)A}\varphi_4, & 1<t<+\infty,\end{cases} \quad (8)$$

где $\omega_1=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\omega_2=-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, а векторы $\varphi_j\in D(A^{3-j-1/2})$, $(j=0,1,2,3,4)$ – элементы из пространства H, которые однозначно определяются из условия $u(t)\in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ следующими соотношениями:

$$\begin{cases} u(0)=u_1(0)=0\\ u'(0)=u_1'(0)=0\\ u(1)=u_1(1)=u_2(1)\\ u'(1)=u_1'(1)=u_2'(1)\\ u''(1)=u_1''(1)=u_2''(1), \end{cases} \quad (9)$$

Ограниченность же оператора P_O следует из неравенства

$$\|P_O u\|_{L_2}^2=\left\|-u'''+\rho(t)A^3u\right\|_{L_2}^2\le 2\cdot\max\left(1;\alpha^2;\beta^2\right)\|u\|_{W_2^3}^2 \quad (10)$$

Таким образом, оператор P_O ограничен и взаимно однозначно действует из пространства $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ на $L_2(\Re_+;H)$.

Тогда по теореме Банаха об обратном операторе оператор P_O осуществляет изоморфизм между пространствами $\overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ и $L_2(\Re_+;H)$. Теорема доказана.

Для дальнейшего исследования нам понадобится следующее вспомогательное утверждение.

Лемма. *Для любого* $u(t)\in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$ *имеет место неравенство*

$$\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2+\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2\le\left\|\rho^{-1/2}(t)f\right\|_{L_2}^2 \quad (11)$$

Доказательство. Пусть $u(t)\in \overset{\circ\circ}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$.Тогда с помощью интегрирования по частям легко получаем следующие равенства:

$$(P_O u, A^3u)_{L_2}=\left(-u'''+\rho(t)A^3u, A^3u\right)_{L_2}=\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2, \quad (12)$$

$$(P_O u,-\rho^{-1}(t)u''')_{L_2}=\left(-u'''+\rho(t)A^3u,-\rho^{-1}(t)u'''\right)_{L_2}=\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2. \quad (13)$$

Далее, сложим равенства (12) и (13) и получаем:

$$\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2+\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2=\left(\mathcal{P}_0u,A^3u-\rho^{-1}(t)u'''\right)_{L_2}=$$

$$=\left(\rho^{-1/2}(t)f,\rho^{1/2}(t)A^3u-\rho^{-1/2}(t)u'''\right)_{L_2}\le\frac{1}{2}\left\|\rho^{-1/2}(t)f\right\|_{L_2}^2+$$

$$+\frac{1}{2}\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u-\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2=\frac{1}{2}\left\|\rho^{-1/2}(t)f\right\|_{L_2}^2+\frac{1}{2}\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2+$$

$$+\frac{1}{2}\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2$$

Таким образом, получаем справедливость леммы:

$$\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2+\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2\le\left\|\rho^{-1/2}(t)f\right\|_{L_2}^2 .$$

Теперь перейдем к исследованию краевой задачи $\{(1),(2)\}$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть* $A=A^*>cE$ $(c>0)$, *операторы* $A_jA^{-j}=B_j$, $j=1,2,3$ *ограничены в H и выполняется неравенство*

$$\tau=\mu_1\|B_1\|+\mu_2\|B_2\|+\mu_3\|B_3\|<1,$$

где

$$\mu_1=\frac{2^{1/3}\max^{1/3}(\alpha;\beta)}{3^{1/2}\min^{2/3}(\alpha;\beta)},$$

$$\mu_2=\frac{2^{1/3}\max^{1/6}(\alpha;\beta)}{3^{1/2}\min^{5/6}(\alpha;\beta)},$$

$$\mu_3=\frac{1}{\min(\alpha;\beta)}.$$

Тогда краевая задача {(1),(2)} при любом f(t) из пространства $L_2(\Re_+;H)$ *имеет единственное регулярное решение.*

Доказательсво. Запишем краевую задачу $\{(1),(2)\}$ в виде операторного уравнения

$$\mathcal{P}u(t)\equiv\mathcal{P}_0u(t)+\mathcal{P}_1u(t)=f(t),$$

где

$$f(t)\in L_2(\Re_+;H),\qquad u(t)\in\overset{00}{W}{}_2^3(\Re_+;H),\quad \text{а}$$

$$\mathcal{P}_1u(t)\equiv A_1u''(t)+A_2u'(t)+A_3u(t),\quad u(t)\in\overset{00}{W}{}_2^3(\Re_+;H).$$

Оператор $\mathcal{P}_0$ по теореме 1 имеет ограниченный обратный $\mathcal{P}_0^{-1}$, который действует из пространства $L_2(\Re_+;H)$ на пространство $\overset{00}{W}{}_2^3(\Re_+;H)$. Далее, после замены $u(t)=\mathcal{P}_0^{-1}v(t)$, где $v(t)\in L_2(\Re_+;H)$, мы получаем следующее уравнение в $L_2(\Re_+;H)$:

$$(E+\mathcal{P}_1\mathcal{P}_0^{-1})v(t)=f(t). \qquad (14)$$

Теперь покажем, что при выполнении условий теоремы норма оператора $\mathcal{P}_1\mathcal{P}_0^{-1}$ меньше единицы.

Полагая, что $u(t)\in \overset{\infty}{W}{}_2^3(\mathfrak{R}_+;H)$ и применяя интегрирование по частям, а также в дальнейшем используя неравенство Юнга, получим:

$$\|Au''\|_{L_2}^2 \le \|A^2u'\|_{L_2}\cdot\|u'''\|_{L_2} \le \max_t \rho^{1/2}(t)\|A^2u'\|_{L_2}\cdot\|\rho^{-1/2}(t)u'''\|_{L_2} \le$$
$$\le \frac{\delta}{2}\max(\alpha;\beta)\|A^2u'\|_{L_2}^2+\frac{1}{2\delta}\|\rho^{-1/2}(t)u'''\|_{L_2}^2, \quad (\delta>0) \qquad (15)$$

Аналогично , имеем:

$$\|A^2u'\|_{L_2}^2 \le \|A^3u\|_{L_2}\cdot\|Au''\|_{L_2} \le \|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}\max_t \rho^{-1/2}(t)\|Au''\|_{L_2} \le$$
$$\le \frac{\varepsilon}{2}\frac{1}{\min(\alpha;\beta)}\|Au''\|_{L_2}^2+\frac{1}{2\varepsilon}\|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}^2, \quad (\varepsilon>0) \qquad (16)$$

Учитывая неравенство (16) в (15), получаем:

$$\|Au''\|_{L_2}^2 \le \frac{\delta}{2}\max(\alpha;\beta)\left[\frac{\varepsilon}{2\min(\alpha;\beta)}\|Au''\|_{L_2}^2+\frac{1}{2\varepsilon}\|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}^2\right]+$$
$$+\frac{1}{2\delta}\|\rho^{-1/2}(t)u'''\|_{L_2}^2.$$

Отсюда находим, что

$$\left[1-\frac{\delta\varepsilon\max(\alpha;\beta)}{4\min(\alpha;\beta)}\right]\|Au''\|_{L_2}^2 \le \frac{\delta\max(\alpha;\beta)}{4\varepsilon}\|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}^2+$$
$$+\frac{1}{2\delta}\|\rho^{-1/2}(t)u'''\|_{L_2}^2 \qquad (17)$$

Далее, выбирая $\varepsilon=\dfrac{\delta^2\max(\alpha;\beta)}{2}$, из (17) получаем:

$$\|Au''\|_{L_2}^2 \le \frac{4\min(\alpha;\beta)}{8\delta\min(\alpha;\beta)-\delta^4\max^2(\alpha;\beta)}\left[\|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}^2+\|\rho^{-1/2}(t)u'''\|_{L_2}^2\right]$$

Минимизируя по δ, находим, что

$$\delta=\frac{\sqrt[3]{2}\,\min^{1/3}(\alpha;\beta)}{\max^{2/3}(\alpha;\beta)}.$$

Таким образом,

$$\|Au''\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{2/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{1/3}(\alpha;\beta)}\left[\|\rho^{1/2}(t)A^3u\|_{L_2}^2+\|\rho^{-1/2}(t)A^3u'''\|_{L_2}^2\right]$$

Учитывая здесь неравенство (11), получим:

$$\|Au''\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{2/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{1/3}(\alpha;\beta)}\|\rho^{-1/2}(t)f\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{2/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{4/3}(\alpha;\beta)}\|\mathcal{P}_0u\|_{L_2}^2 \qquad (18)$$

Таким же образом, подставляя (15) в (16), найдем что

$$\left[1-\frac{\delta\varepsilon\max(\alpha;\beta)}{4\min(\alpha;\beta)}\right]\left\|A^2u'\right\|_{L_2}^2 \le \frac{\varepsilon}{4\delta\min(\alpha;\beta)}\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2 + \frac{1}{2\varepsilon}\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2 \tag{19}$$

Выбирая $\delta=\dfrac{\varepsilon^2}{2\min(\alpha;\beta)}$ в неравенстве (19), получаем:

$$\left\|A^2u'\right\|_{L_2}^2 \le \frac{4\min^2(\alpha;\beta)}{8\varepsilon\min^2(\alpha;\beta)-\varepsilon^4\max(\alpha;\beta)}\left[\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2+\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2\right]$$

Минимизируя по ε, находим, что

$$\varepsilon=\frac{\sqrt[3]{2}\,\min^{2/3}(\alpha;\beta)}{\max^{1/3}(\alpha;\beta)}.$$

Поэтому

$$\left\|A^2u'\right\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{1/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{2/3}(\alpha;\beta)}\left[\left\|\rho^{-1/2}(t)u'''\right\|_{L_2}^2+\left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2\right]$$

Принимая здесь во внимание неравенство (11), получим:

$$\left\|A^2u'\right\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{1/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{2/3}(\alpha;\beta)}\left\|\rho^{-1/2}(t)f\right\|_{L_2}^2 \le \frac{2^{2/3}\max^{1/3}(\alpha;\beta)}{3\min^{5/3}(\alpha;\beta)}\left\|\mathcal{P}_0u\right\|_{L_2}^2 \tag{20}$$

Теперь оценим сверху норму $\left\|A^3u\right\|_{L_2}$ нормой $\left\|\mathcal{P}_0u\right\|_{L_2}$. Для этого применяя к левой части равенства (12) неравенство Буняковского-Шварца, находим:

$$\left|\left(\mathcal{P}_0u, A^3u\right)_{L_2}\right| \le \left\|\mathcal{P}_0u\right\|_{L_2}\cdot\left\|A^3u\right\|_{L_2}. \tag{21}$$

Далее, из (12) и (21) получаем, что

$$\left\|\mathcal{P}_0u\right\|_{L_2}\cdot\left\|A^3u\right\|_{L_2} \ge \left\|\rho^{1/2}(t)A^3u\right\|_{L_2}^2 \ge \min(\alpha;\beta)\left\|A^3u\right\|_{L_2}^2.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$\left\|A^3u\right\|_{L_2} \le \frac{1}{\min(\alpha;\beta)}\left\|\mathcal{P}_0u\right\|_{L_2}. \tag{22}$$

Принимая во внимание (18), (20), (22) в следующем соотношении, получаем:

$$\begin{aligned}\left\|\mathcal{P}_1\mathcal{P}_0^{-1}v\right\|_{L_2\to L_2} &= \left\|\mathcal{P}_1u\right\|_{L_2} \le \left\|A_1u''\right\|_{L_2}+\left\|A_2u'\right\|_{L_2}+\left\|A_3u\right\|_{L_2} = \\ &= \left\|B_1Au''\right\|_{L_2}+\left\|B_2A^2u'\right\|_{L_2}+\left\|B_3A^3u\right\|_{L_2} \le \\ &\le \mu_1\left\|B_1\right\|\left\|v\right\|_{L_2}+\mu_2\left\|B_2\right\|\left\|v\right\|_{L_2}+\mu_3\left\|B_3\right\|\left\|v\right\|_{L_2} = \\ &= \left(\mu_1\left\|B_1\right\|+\mu_2\left\|B_2\right\|+\mu_3\left\|B_3\right\|\right)\left\|v\right\|_{L_2}\end{aligned}$$

Таким образом,

$$\left\|P_1P_0^{-1}\right\|_{L_2\to L_2} \le \mu_1\|B_1\| + \mu_2\|B_2\| + \mu_3\|B_3\| = \tau < 1.$$

Поэтому при выполнении этого неравенства оператор $E+P_1P_0^{-1}$ обратим и можно найти *u(t),* то есть

$$u(t) = P_0^{-1}\left(E+P_1P_0^{-1}\right)^{-1} f(t).$$

Теорема доказана.

Отметим, что если принять $\alpha=\beta=1$, то один результатов, полученных С.С. Мирзоевым [2,с.12] является следствием найденного нами результата.

Автор благодарен профессору С.С. Мирзоеву за постановку задачи и полезные обсуждения.

Литература

[1]. Лионс Ж.-Л.,Мадженес Э. *Неоднородные граничные задачи и их приложения* . М ., "Мир" , 1977, 371 с.

[2]. Мирзоев С.С. *Автореферат на соискание уч. ст. канд. физ.-матем. наук;* Баку, АНАз ССР, 1975, 16 с.

[3]. Мирзоев С.С. Условия корректной разрешимости краевых задач для операторно – дифференциальных уравнений //ДАН СССР, 1983, т. 273, № 2, с. 292-295.

Əliyev A. R. KƏSİLƏN ƏMSALLI ÜÇ TƏRTİBLİ OPERATOR DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ HAQQINDA

Məqalədə kəsilən əmsallı operator diferensial tənliklər üçün qoyulmuş bir sərhəd məsələsinin requlyar həllinin olması şərti tapılmışdır.

Aliyev A.R. ON THE SOLVABILITY OF THE BOUNDARY PROBLEM FOR THE THIRD ORDER OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DISCONTINUE COEFFICIENT

Sufficient conditions of the existence and uniqueness for the reqular solution of boundary problem for the third order operator-differential equations with discontinue coefficient are found in this paper.