

УДК 517.948

ИСМАИЛОВ М.И.

ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ НА ПОЛУОСИ

Рассмотрим гиперболическую систему $2n$ дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$\begin{aligned} \tau_1 \frac{\partial \psi_1(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial \psi_1(x,t)}{\partial x} &= \sum_{j=1}^2 Q_{1j}(x,t) \psi_j(x,t) \\ \tau_2 \frac{\partial \psi_2(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial \psi_2(x,t)}{\partial x} &= \sum_{j=1}^2 Q_{2j}(x,t) \psi_j(x,t) \end{aligned} \quad (1)$$

где $(x,t) \in R^2$, $x \geq 0$, $\psi_1(x,t)$ и $\psi_2(x,t)$ - искомые вектор-функции с n компонентами, $\tau_1 = \text{diag}(\xi_1, \dots, \xi_n)$ и $\tau_2 = \text{diag}(\xi_{n+1}, \dots, \xi_{2n})$ - постоянные диагональные матрицы, причем $\xi_1 > \dots > \xi_n > 0 > \xi_{n+1} > \dots > \xi_{2n}$, $Q_{ij}(x,t)$ - $n \times n$ матрицы с комплекснозначными измеримыми элементами, $\text{diag} Q_{ii}(x,t) = 0$ и, кроме того, предположим, что евклидовы нормы удовлетворяют неравенствам:

$$\|Q_{ij}(x,t)\| \leq C[(1+x)(1+|t|)]^{-1-\varepsilon}, \quad i, j = 1, 2 \quad (2)$$

где C и ε - положительные числа.

Будем рассматривать обобщенные решения системы (1), которые являются функциями из пространства $L_\infty(R_2, R_{2n})$.

Если $Q_{ij}(x,t) = 0$, $i, j = 1, 2$, то всякое решение невозмущенной системы (1) имеет вид:

$$\{\psi_1(x,t), \psi_2(x,t)\} = \{T_{\xi} a(t), T_{\eta} b(t)\},$$

где $a(t)$ и $b(t)$ - любые вектор-функции из пространства $L_\infty(R, R_n)$,

$T_{\xi} = \text{diag}(T_{\xi_1 x}, \dots, T_{\xi_n x})$ и $T_{\eta} = \text{diag}(T_{\xi_{n+1} x}, \dots, T_{\xi_{2n} x})$ - матричные операторы сдвига и $T_{\xi} f(t) = f(t + \xi x)$, $i = 1, \dots, 2n$ - обычный оператор сдвига.

Всякое ограниченное решение системы (1) с коэффициентами, удовлетворяющими условию (2), допускает на полуоси $x \geq 0$ асимптотические представления

$$\begin{aligned} \psi_1(x,t) &= T_{\xi} a(t) + o(1) \\ \psi_2(x,t) &= T_{\eta} b(t) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (3)$$

в пространстве $L_\infty(R_2, R_{2n})$.

При этом функции $a_1(t), \dots, a_n(t)$ - компоненты вектор-функций $a(t) \in L_\infty(R, R_n)$, определяют профили падающих волн, а функции $b_{n+1}(t), \dots, b_{2n}(t)$ - компоненты вектор-функций $b(t) \in L_\infty(R, R_n)$ определяют профили рассеянных волн.

Нестационарные задачи рассеяния. Задачи рассеяния на полуоси состоят в нахождении решения системы (1) по заданным падающим волнам и с граничными условиями при $x = 0$.

Рассмотрим две задачи.

k -я задача рассеяния состоит в нахождении решения системы (1) с граничным условием

$$\psi_1^k(0, t) = H_k \psi_2^k(0, t) \quad (4_k)$$

при заданной асимптотике

$$\psi_1^k(x, t) = T_{\xi x} a(t) + o(1), \quad x \rightarrow +\infty, \quad k = 1, 2 \quad (5_k)$$

в пространстве $L_\infty(R_2, R_n)$, где H_1 и H_2 постоянные матрицы вида:

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0 \dots 01 \\ 0 \dots 10 \\ \vdots \\ 1 \dots 00 \end{pmatrix}, \quad H_2 = \begin{pmatrix} 10 \dots 0 \\ 01 \dots 0 \\ \vdots \\ 00 \dots 1 \end{pmatrix}$$

Теорема 1. Пусть коэффициенты системы (1) удовлетворяют условию (2). Тогда для любых $a(t) \in L_\infty(R, R_n)$ существует единственное ограниченное решение первой и второй задачи рассеяния.

Доказательство. k -я задача рассеяния эквивалентна следующей системе интегральных уравнений:

$$\begin{aligned} \psi_1^k(x, t) &= T_{\xi x} a(t) + \int_x^{+\infty} T_{\xi(x-s)} \sum_{j=1}^2 (Q_{1j} \psi_j^k)(s, t) ds, \\ \psi_2^k(x, t) &= T_{\eta x} b^k(t) + \int_x^{+\infty} T_{\eta(x-s)} \sum_{j=1}^2 (Q_{2j} \psi_j^k)(s, t) ds, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} b^k(t) &= H_k a(t) + \\ &+ \int_0^{+\infty} \left[H_k T_{-\xi s} \sum_{j=1}^2 (Q_{1j} \psi_j^k)(s, t) - T_{-\eta s} \sum_{j=1}^2 (Q_{2j} \psi_j^k)(s, t) \right] ds \end{aligned} \quad (7)$$

Существование и единственность решений системы (6) в пространстве $L_\infty(R_2, R_{2n})$ следует из теоремы 4.2.1 [2]. Так как он вольтерров в направлении $\beta = (0, 1)$ с интегрируемой жордановой $\alpha(s) = k(1 + |s|)^{-1-\epsilon}$.

В силу условий (2) из (7) получаем асимптотическое представление $\psi_2^k(x, t)$ при $x \rightarrow +\infty$ вида (3):

$$\psi_2^k(x, t) = T_{\text{пр}} b^k(t) + o(1), \quad b^k(t) \in L_\infty(R, R_n), \quad k = 1, 2 \quad (8)$$

Обозначим через $b_{n+1}^k(t), \dots, b_{2n}^k(t)$ компоненты вектор-функций $b^k(t)$, $k = 1, 2$. Тогда справедлива следующая лемма:

Лемма 1. Если $b_{n+i}^1(t) = b_{n+i}^2(t)$, $i = 1, \dots, \left[\frac{n}{2} \right]$, то остальные

компоненты вектор-функций $b^1(t)$ и $b^2(t)$ соответственно равны и решения первой и второй задач совпадают.

Доказательство приведем после написания операторов преобразования для системы (1).

Операторы преобразования. Ограниченные решения системы (1) на полуоси можно выразить через их асимптотику (3) (т.е. функции $a_1(t), \dots, a_n(t), b_{n+1}(t), \dots, b_{2n}(t)$), через значения решений при $x = 0$ (т.е. через $\varphi_1(0, t), \dots, \varphi_n(0, t), \varphi_{n+1}(0, t), \dots, \varphi_{2n}(0, t)$) или через некоторые комбинации этих величин. С этой целью рассмотрим $4n$ вектор-функций

$$\begin{aligned} \eta^1(t) &= \{\varphi_1(0, t), \dots, \varphi_{2n}(0, t)\}, \quad \eta^k(t) = \{a_1(t), \dots, a_{k-1}(t), \varphi_k(0, t), \dots, \varphi_{2n}(0, t)\}, \\ 2 \leq k \leq n+1, \quad \eta^{n+k}(t) &= \{a_1(t), \dots, a_n(t), b_{n+1}(t), \dots, b_{n+k-1}(t), \varphi_{n+k}(0, t), \dots, \varphi_{2n}(0, t)\}, \\ 2 \leq k \leq n, \quad \eta^{2n+1}(t) &= \{a_1(t), \dots, a_n(t), b_{n+1}(t), \dots, b_{2n}(t)\}, \quad \eta^{2n+k}(t) = \{\varphi_1(0, t), \dots, \\ \varphi_{k-1}(0, t), a_k(t), \dots, a_n(t), &b_{n+1}(t), \dots, b_{2n}(t)\}, \quad 2 \leq k \leq n, \quad \eta^{3n+k}(t) = \{\varphi_1(0, t), \dots, \\ \varphi_{n+k-1}(0, t), b_{n+k}(t), \dots, &b_{2n}(t)\}, \quad 1 \leq k \leq n. \end{aligned}$$

Здесь через $\varphi_1(x, t), \dots, \varphi_n(x, t)$ обозначаются компоненты вектор-функций $\psi_1(x, t)$, а через $\varphi_{n+1}(x, t), \dots, \varphi_{2n}(x, t)$ обозначаются компоненты вектор-функций $\psi_2(x, t)$.

Лемма 2. Пусть коэффициенты системы (1) удовлетворяют условию (2). Тогда для каждого ограниченного решения справедливо интегральное представление

$$\varphi_i(x, t) = \eta_i^1(t + \xi x) + \sum_{j=1}^{2n} \int_{t+\xi_{2n}x}^{t+\xi_1x} R_{(ij)}^1(x, t, \tau) \eta_j^1(\tau) d\tau, \quad (R_1)$$

$$\begin{aligned} \varphi_i(x, t) &= \eta_i^2(t + \xi x) + \int_{-\infty}^{t+\xi_1x} R_{(i1)}^2(x, t, \tau) \eta_1^2(\tau) d\tau + \\ &+ \sum_{j=2}^{2n} \int_{-\infty}^{t+\xi_2x} R_{(ij)}^2(x, t, \tau) \eta_j^2(\tau) d\tau, \quad (R_2) \end{aligned}$$

$$\varphi_i(x, t) = \eta_i^k(t + \xi x) + \sum_{j=1}^{k-2} \int_{-\infty}^{t+\xi_jx} R_{(ij)}^k(x, t, \tau) \eta_j^k(\tau) d\tau +$$

$$+ \int_{-\infty}^{t+\xi_{k-1}x} R_{(i,k-1)}^k(x,t,\tau) \eta_{k-1}^k(\tau) d\tau + \sum_{j=k}^{2n} \int_{-\infty}^{t+\xi_j x} R_{(i,j)}^k(x,t,\tau) \eta_j^k(\tau) d\tau, \quad k=3, \dots, 2n \quad (R_k)$$

$$\varphi_i(x,t) = \eta_i^{2n+1}(t+\xi_1 x) + \int_{t+\xi_1 x}^{+\infty} R_{(i1)}^{2n+1}(x,t,\tau) \eta_1^{2n+1}(\tau) d\tau +$$

$$+ \sum_{j=2}^{2n-1} \int_{-\infty}^{t+\xi_j x} R_{(ij)}^{2n+1}(x,t,\tau) \eta_j^{2n+1}(\tau) d\tau + \int_{-\infty}^{t+\xi_{2n} x} R_{(i,2n)}^{2n+1}(x,t,\tau) \eta_{2n}^{2n+1}(\tau) d\tau \quad (R_{2n+1})$$

$$\varphi_i(x,t) = \eta_i^{2n+k}(t+\xi_1 x) + \sum_{j=1}^{k-1} \int_{t+\xi_{k-1} x}^{+\infty} R_{(ij)}^{2n+k}(x,t,\tau) \eta_j^{2n+k}(\tau) d\tau +$$

$$+ \int_{t+\xi_k x}^{+\infty} R_{(ik)}^{2n+k}(x,t,\tau) \eta_k^{2n+k}(\tau) d\tau +$$

$$+ \sum_{j=k+1}^{2n} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{(ij)}^{2n+k}(x,t,\tau) \eta_j^{2n+k}(\tau) d\tau, \quad k=2, \dots, 2n-1, \quad (R_{2n+k})$$

$$\varphi_i(x,t) = \eta_i^{4n}(t+\xi_1 x) + \sum_{j=1}^{2n-1} \int_{t+\xi_{2n-1} x}^{+\infty} R_{(ij)}^{4n}(x,t,\tau) \eta_j^{4n}(\tau) d\tau +$$

$$+ \int_{t+\xi_{2n} x}^{+\infty} R_{(i,2n)}^{4n}(x,t,\tau) \eta_{2n}^{4n}(\tau) d\tau \quad (R_{4n})$$

где при фиксированном $x \geq 0$ по t и τ ядра этих преобразований суммируемы с квадратом.

При этом

$$\pm Q_{ij}(x,t) = \sigma_i \overset{\pm}{W}_{ij}(x,t,t) - \overset{\pm}{W}_{ij}(x,t,t) \sigma_j, \quad i, j = 1, 2, \quad (9)$$

где $\overset{\pm}{W}(x,t,t) = \left(\overset{\pm}{W}_{ij}(x,t,t) \right)_{j,i=1}^{2n}$, $\overset{\pm}{W}_{ij}(x,t,t)$ — $n \times n$ матрицы и

$$\overset{+}{W}(x,t,t) = \begin{pmatrix} R_{(11)}^1(x,t,t+\xi_1 x) \dots R_{(1,2n)}^{2n+1}(x,t,t+\xi_{2n} x) \\ \vdots \\ R_{(2n,1)}^1(x,t,t+\xi_1 x) \dots R_{(2n,2n)}^{2n+1}(x,t,t+\xi_{2n} x) \end{pmatrix},$$

$$\overset{-}{W}(x,t,t) = \begin{pmatrix} R_{(11)}^{2n+1}(x,t,t+\xi_1 x) \dots R_{(1,2n)}^{4n}(x,t,t+\xi_{2n} x) \\ \vdots \\ R_{(2n,1)}^{2n+1}(x,t,t+\xi_1 x) \dots R_{(2n,2n)}^{4n}(x,t,t+\xi_{2n} x) \end{pmatrix}$$

Доказательство. Докажем лемму, например для представлений (R_{2n+1}) . Система (I) при $x \geq 0$ эквивалентна следующей системе интегральных уравнений:

$$\varphi_i(x,t) = \eta_i^{2n+1}(t+\xi_1 x) + \int_x^{+\infty} \sum_{j=1}^{2n} (q_{ij} \varphi_j)(s, t + \xi_1(x-s)) ds \quad (10)$$

Здесь $Q_{11} = (q_{ij})_{i,j=1}^n$, $Q_{21} = (q_{ij})_{i=n+1,2n, j=1,n}$, $Q_{12} = (q_{ij})_{i=1,n, j=n+1,2n}$, $Q_{22} = (q_{ij})_{i,j=n+1}^{2n}$.

Подставляя (R_{2n+1}) в систему (10) и учитывая произвольность функций $a_i(\tau), b_{n+i}(\tau)$ ($i=1,n$), получим следующую систему уравнений для $R_{ij}^{2n+1}(x,t,\tau)$, $i,j=1,\dots,2n$.

$$R_{(i1)}(x,t,\tau) = \frac{1}{\xi_1 - \xi} q_{i1} \left(\frac{\tau - t - \xi x}{\xi_1 - \xi}, t + \frac{\xi}{\xi_1 - \xi} (\xi_1 x - \tau + t) \right) + \\ + \int_x^{\frac{1}{\xi_1 - \xi}(\tau - t - \xi x)} \sum_{j=1}^{2n} q_{ij}(s, t + \xi(x-s)) R_{(j1)}(s, t + \xi(x-s), \tau) ds, \\ t + \xi x \leq \tau < +\infty \quad (11)$$

$$R_{(ik)}(x,t,\tau) = \frac{1}{\xi_k - \xi} \theta(\tau - t - \xi_k x) q_{ik} \times \left(\frac{\tau - t - \xi_k x}{\xi_k - \xi}, t + \frac{\xi}{\xi_k - \xi} (\xi_k x - \tau + t) \right) + \\ + \int_x^{+\infty} \sum_{j=1}^{2n} q_{ij}(s, t + \xi(x-s)) R_{(jk)}(s, t + \xi(x-s), \tau) ds, \\ -\infty < \tau < +\infty, k = 2, \dots, 2n-1 \quad (12)$$

$$R_{(i,2n)}(x,t,\tau) = \frac{1}{\xi_i - \xi_{2n}} q_{i,2n} \left(\frac{\tau - t - \xi x}{\xi_i - \xi}, t + \frac{\xi}{\xi_i - \xi} (\xi_{2n} x - \tau + t) \right) + \\ + \int_x^{\frac{1}{\xi_i - \xi}(\tau - t - \xi x)} \sum_{j=1}^{2n} q_{ij}(s, t + \xi(x-s)) R_{(j,2n)}(s, t + \xi(x-s), \tau) ds, \\ -\infty < \tau \leq t + \xi_{2n} x \quad (13)$$

где $\theta(s) = \begin{cases} 0, & s < 0 \\ 1, & s > 0 \end{cases}$ и $i = 1, \dots, 2n$.

Разрешимость и единственность системы уравнений (11), (12) и (13) следует из теоремы 4.1.2.[2], так как они вольтеровы в направлении вектора $\beta = (0,1)$ с интегрируемой мажорантой.

Полагая в равенствах (11) и (13) $\tau = t + \xi_1 x$ и $\tau = t + \xi_{2n} x$ соответственно, получаем:

$$R_{(i1)}(x,t,t + \xi_1 x) = \frac{1}{\xi_1 - \xi} q_{i1}(x,t), \quad i = 2, \dots, 2n \\ R_{(i,2n)}(x,t,t + \xi_{2n} x) = \frac{1}{\xi_i - \xi_{2n}} q_{i,2n}(x,t), \quad i = 1, \dots, 2n-1$$

Эти равенства части матричного равенства (9).

Доказательство леммы для других представлений приводится аналогично.

Схема доказательства леммы 1.

При каждом $k = \left[\frac{n}{2} \right] + 1, \dots, n$ в равенстве получаемых из интегральных представлений (R_{n+k+i}) для первой и второй задач путем вычитаний, учитывая $b_{n+i}^1(t) = b_{n+i}^2(t), i = 1, \dots, k-1$, получаем, что $b_{n+k}^1(t) = b_{n+k}^2(t)$.

Из интегральных представлений (R_{2n+i}) при $x=0$, получаем, что если $b_{n+i}^1(t) = b_{n+i}^2(t), i = 1, \dots, n$, то $\varphi_i^1(0, t) = \varphi_i^2(0, t), i = 1, 2, \dots, 2n$, т.е. $\psi_i^1(0, t) = \psi_i^2(0, t), i = 1, 2$. Совпадение решения первой и второй задач следует из единственности решений задачи Коши для системы (1).

Оператор рассеяния. На основании теоремы 1 каждой вектор-функции $a(t) \in L_\infty(R, R_n)$ соответствует единственное решение первой и второй задач рассеяния. Согласно (8) этим решениям соответствует $b^1(t)$ и $b^2(t) \in L_\infty(R, R_n)$. Значит, существуют операторы $S^k = (S_{ij}^k)_{i,j=1}^n$ в пространстве $L_\infty(R, R_n)$, соответствующем $H_k a(t)$ в $b^k(t)$:

$$b^k(t) = S^k H_k a(t), \quad k = 1, 2 \quad (14)$$

Оператор $S = (S^1, S^2)$ называется оператором рассеяния для системы (1) на полуоси.

Для невозмущенной системы (1) (в случае $Q_{ij}(x, t) = 0, i, j = 1, 2$), операторы S^1 и S^2 являются тождественными операторами I (см (7)).

Теорема 2. Пусть коэффициенты системы (1) удовлетворяют условию (2). Тогда для системы (1) операторы S^1 и S^2 имеют обратный $(S^k)^{-1}, k = 1, 2$. При этом $S^k = I + F^k, (S^k)^{-1} = I + J^k$, где F^k и $J^k, k = 1, 2$ - матричные интегральные операторы Гильберта-Шмидта, кроме того,

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} S_{11}^1 - S_{1n}^2 & S_{12}^1 - S_{(1,n-1)}^2 & \dots & S_{1n}^1 - S_{11}^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{m1}^1 - S_{mn}^2 & S_{m2}^1 - S_{(m,n-1)}^2 & \dots & S_{mn}^1 - S_{m1}^2 \\ S_{(m+1,1)}^1 & S_{(m+1,2)}^1 & \dots & S_{(m+1,n)}^1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{n1}^1 & S_{n2}^2 & \dots & S_{nn}^1 \end{pmatrix}, \quad m = \left[\frac{n}{2} \right]$$

так же имеет обратный $(\hat{S})^{-1} = (\hat{\partial}_{ij}^k)_{i,j=1}^n$ и оператор $\hat{\partial}_{mn}$ право фразируем

$$\hat{\partial}_{mn} = (I + R_+)^{-1} (I + R_-), \quad (15)$$

где R_- и R_+ - вольтерровские интегральные операторы соответствующей полярности.

Доказательство. Докажем, что операторы $S^k, k=1,2$ (см. (14)) обратимы. Если $b^k(t) = 0$, т.е., если $b_{n+1}^k(t) = \dots = b_{2n}^k(t) = 0$, то из (R_{3n+1}) для k -ой задачи ($k=1,2$) получаем, что $\varphi_1^k(0,t) = \dots = \varphi_n^k(0,t) = 0$. Учитывая последнее равенство, из $(R_i), i=2, \dots, n+1$, получаем $a_{i-1}(t) = 0$. Это значит, что $(S^k)^{-1}$ существует. Вид операторов S^k и $(S^k)^{-1}, k=1,2$ легко получается из $(R_i), i=n+1, \dots, 2n+1$.

Определяем оператор \hat{S} как:

$$\hat{S} \begin{pmatrix} a_n(t) \\ \vdots \\ a_1(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{n+1}^1(t) - b_{n+1}^2(t) \\ \vdots \\ b_m^1(t) - b_m^2(t) \\ b_{m+1}^1(t) \\ \vdots \\ b_{2n}^1(t) \end{pmatrix}, \quad m = \left[\frac{n}{2} \right].$$

Аналогично доказывается, что оператор \hat{S} имеет обратный: $(\hat{S})^{-1} = (\hat{\partial}_{ij})_{i,j=1}^n$.

Если $b_{n+i}^1(t) = b_{n+i}^2, i=1, \dots, \left[\frac{n}{2} \right]$ и $b_{n+k}(t) = 0, k = \left[\frac{4}{2} \right] + 1, \dots, n$, тогда учитывая утверждение леммы 1, из (R_2) и (R_{4n}) при $x=0$, получаем, что

$$\left(I - \sum_{j=2}^{2n} R_{(j)+}^2 \right)^{-1} (I + R_{(11)+}) a_1(t) = \left(I - \sum_{j=1}^{2n-1} R_{(2n,j)-} \right) (I + R_{(2n,2n)-}) b_{2n}(t),$$

с другой стороны

$$\hat{\partial}_{nn} b_{2n}(t) = a_1(t).$$

Учитывая произвольность функций $b_{2n}(t) \in L_\infty(R)$, из последних двух равенств получается (15).

В заключении приведем некоторые замечания в связи с обратной задачей для системы (1). Под обратной задачей рассеяния понимается определение коэффициентов системы (1) по оператору рассеяния S .

Прямая и обратная задачи рассеяния для системы (1) с граничными условиями (4_n) и (5_n) в случае $n=1$ изучены в [1,2], а в случае $n=2$ в работе [4]. Прямая и обратная задачи рассеяния для гиперболической системы n уравнений первого порядка на полуоси в случае, когда имеются $n-1$ падающие и одна рассеянная волны $\xi_1 > \dots > \xi_{n-1} > 0 > \xi_n$ изучены в работе [3].

Во многих случаях представляется возможным судить об однозначной разрешимости обратной задачи по первому приближению. Но коэффициенты системы (1) в случае $n \geq 3$ по первому приближению однозначно не определяются. Оператор S по первому приближению

однозначно определяет матричные коэффициенты системы (1), если некоторые его элементы равны нулю, например, если

$$q_{2n-i,i}(x,t) = q_{i,2n-i}(x,t) = 0, \quad i = 1, \dots, \left[\frac{n+1}{2} \right] - 1,$$

$$q_{2n-i,2+i}(x,t) = q_{2+i,2n-i}(x,t) = 0, \quad i = 0, \dots, \left[\frac{n+1}{2} \right] - 2.$$

Но это еще не означает невозможность однозначного разрешения обратной задачи рассеяния для системы (1).

Литература

- [1]. Нижник Л.П. *Обратная нестационарная задача рассеяния*. Киев: Наук думка, 1973, 182 с.
- [2]. Нижник Л.П. *Обратные задачи рассеяния для гиперболических уравнений*. Киев: Наук. думка, 1991, 232 с.
- [3]. Искендеров Н.Ш. *Обратная нестационарная задача рассеяния для гиперболической системы n уравнений первого порядка на полуоси*. // Укр. мат. журн., 1991, 43, №12, с.1638-1646.
- [4]. Искендеров Н.Ш., Исмаилов М.И. *Обратная нестационарная задача рассеяния для гиперболической системы четырех уравнений первого порядка на полуоси*. // Труды ИММ АН Азерб., Баку, 1996, т. IV(XII), с. 161-168.

İsmayılov M.İ. HİPERBOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜÇÜN YARIMOXDƏ SƏPİLMƏ MƏSƏLƏSİ

İşdə $2n$ diferensial tənlikdən ibarət birtərtibli hiperbolik sistem üçün yarımoxda bərabər sayda düşən və səpilən dalğa halında müxtəlif sərhəd şərtləri olan iki məsələyə birgə baxıldıqda və düşən dalğalar verildikdə səpilmə məsələsi tədqiq edilir.

Ismailov M.I. THE SCATTERING PROBLEM FOR A SYSTEM OF HYPERBOLIC EQUATIONS ON SEMI-AXIS

The direct scattering problem is investigated for first order a hyperbolic system of $2n$ differential equations of the on semi-axis under joint consideration of two problems with different boundary conditions and with given falling waves.