

1998

ТОМ IX(XVII)

УДК 532.546

НАГИЕВ Ф.Б.

### О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ФИЛЬТРАЦИИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

В нефти, залегающей в естественных пластах, обычно содержится природный газ. При фильтрации такой нефти из зоны, где давление выше давления насыщения и газ полностью растворен в нефти в зону, где пластовое давление ниже давления насыщения, в пласте из нее выделяется газ, и образуется движущаяся газожидкостная смесь. Выделение газа из раствора обусловлено снижением давления по пути фильтрации нефти. По мере продвижения смеси в направлении снижения давления из жидкой фазы выделяется вся новая масса газа, что приводит к появлению пузырьков газа. При этом газ становится все более подвижным и фазовая проницаемость породы для газа растет, а фазовая проницаемость для жидкой фазы уменьшается.

В результате того, что газ и жидкость, движущиеся по пласту, имеют различные свойства сжимаемости при одном и том же перепаде давления, они будут иметь и различные скорости, поэтому будем рассматривать движение каждой фазы в отдельности. При этом будем пренебрегать массой газа, растворенного в жидкости и рассматривать фильтрационные процессы, характеризуемые большими числами Пекле ( $Pe = v_0 L / D \gg 1$ ), когда роль диффузионного переноса газа мала по сравнению с конвективным переносом всей фазы.

Для определенности рассмотрим одномерную фильтрацию газожидкостной смеси через пористый образец в трубе длиной  $L$  и радиусом  $a_0$ . Поместим начало координат  $x=0$  в левом конце трубы. Фильтрация газожидкостной смеси происходит при постоянном перепаде давления  $p \cdot \Delta p = p_0 - p_L$ , где  $p_0 = p / x = 0$ ,  $p_L = p / x = L$ ,  $p_0 > p_L$ .

Параметры жидкой и газообразной фаз будут снабжаться нижними индексами соответственно  $l$  («liquid») и  $g$  («gas»). В частности  $S_l$  и  $S_g$  - объемные концентрации жидкой и газовой фаз в порах, или соответственно нефтенасыщенность и газонасыщенность. При этом объемные концентрации указанных фаз во всей насыщенной пористой среде равны соответственно  $\alpha_l = m S_l$  и  $\alpha_g = m S_g$  ( $m$  - пористость среды), а объемная концентрация твердого скелета  $\alpha_s = 1 - m$  (S-«solid») так, что имеют место следующие равенства:

$$\alpha_l + \alpha_g + \alpha_s = 1 \text{ или } S_l + S_g = 1 \quad (1)$$

Указанные выше кинематические величины определяют массовые расходы фаз  $G_l$  и  $G_g$ :

$$G_l = \pi \alpha_l^2 \rho_l v_l, \quad G_g = \pi \alpha_g^2 \rho_g v_g \quad (2)$$

где  $v_l, v_g, \rho_l, \rho_g$  - скорости движения в порах и приведенные плотности фаз.

Истинные плотности фаз выражаются через приведенные следующими соотношениями

$$\rho_i^0 = \rho_i / \alpha_i, \quad \alpha_i = mS_i \quad (i = l, g). \quad (3)$$

Скелет пористой среды предполагается несжимаемым  $\rho_s^0 = const$ . В дальнейшем для простоты положим  $S_l = S$ ,  $S_g = 1 - S$ .

В рамках сделанных выше предположений уравнения неразрывности фаз запишутся в виде [1].

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i v_i) = 0, \quad i = l, g; \quad (4)$$

Уравнением для скорости безынерционного движения жидкой и газообразной фаз является закон Дарси

$$v_i = -\frac{F_i(S)k}{\mu_i} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad F_i(S) = k_i / k, \quad i = l, g; \quad (5)$$

Здесь  $k, k_i, \mu_i$  — абсолютная и фазовая проницаемости пористой среды, вязкость задаются в виде графиков (рис. 1) [2]

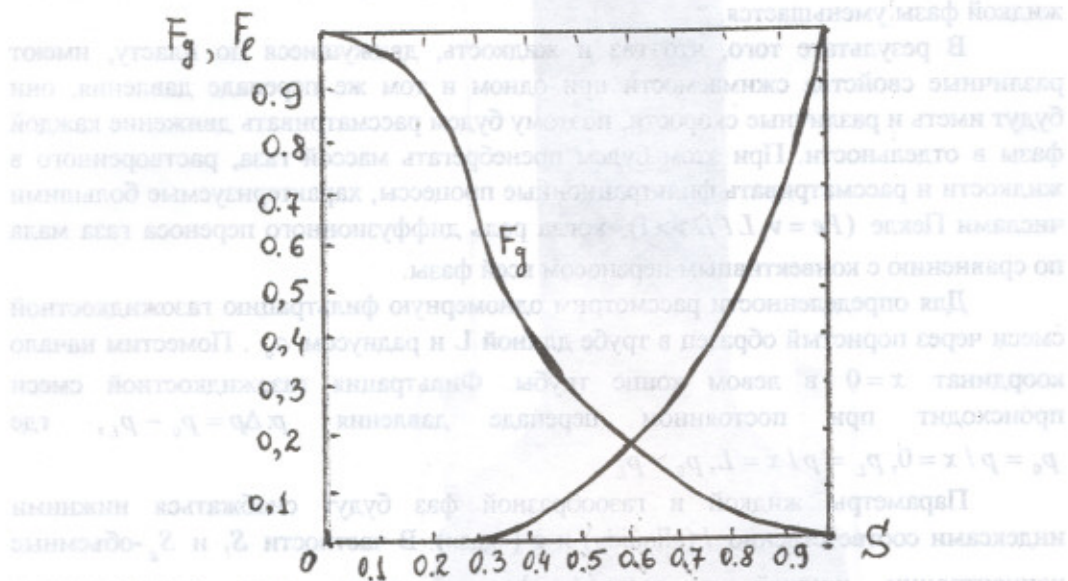


Рис. 1

или аналитически

$$F_g(S) = 1 - 0,675S - 2,631S^2 + 2,3S^3; \quad F_l(S) = 0,173S - 0,785S^2 + 1,62S^3;$$

Система выписанных выше уравнений замыкается уравнениями состояния фаз. В частности, если фильтрация идеального газа совершается в условиях изотермического изменения его состояния, будем иметь

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho_g^0}{\rho_{g_0}^0} \quad (6)$$

Если принять предположение о малосжимаемости жидкости, получим

$$p - p_0 = C_i^2 (\rho_i^0 - \rho_{i0}^0) \quad (7)$$

где  $C_i$  — скорость звука в жидкости, а нижний индекс «0» относится к равновесному состоянию.

Видно, что система уравнений очень сложна. Решать ее аналитически не представляется возможным и поэтому для решения системы необходимо привлечь метод численного интегрирования.

Решение системы можно существенно упростить, если принять несколько упрощенную схему фильтрации двухфазного потока. Так, предположим, что смесь монодисперсная, состоящая из пузырьков одинакового радиуса, причем пузырьки не пульсируют. Такое течение аналогично фильтрации суспензии, в которой частицы имеют одинаковые размеры. Тогда можно допустить, что  $\rho_i^0 = const$  и  $\rho_g^0 = const$ .

В этом случае из системы определяющих уравнений следует, что расход газожидкостной среды не зависит от координаты и является функцией только времени, т.е. расход смеси на входе и выходе из трубы одинаковы. Действительно, подставив (3) в (4), получаем

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (Sv_i)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial [(1-S)v_g]}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

Сложение уравнений (8) и (9) приводит к  $\frac{\partial}{\partial x} [Sv_i + (1-S)v_g] = 0$ . Откуда следует, что

$$Sv_i + (1-S)v_g = Q(t) \quad (10)$$

Уравнения (4) запишем в виде

$$\pi a_0^2 \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial Q_i}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

Одна из наиболее интересных особенностей пузырьковой среды является возможность внутренних радиальных движений жидкости, сопровождаемых упругими пульсациями пузырьков и, как следствие, возможность существования различных давлений в газовой и жидкой фазах. Осцилляции пузырьков возможны из-за взаимодействия их со скелетом пористой среды при фильтрации газожидкостной смеси, а также за счет перепада давления  $\Delta p$ .

Характерная особенность газожидкостной среды при обычных давлениях, когда истинная плотность дисперсной фазы  $\rho_g^0$  значительно меньше истинной плотности несущей фазы  $\rho_i^0$ , является высокая средняя плотность

$$\rho = \alpha_i \rho_i^0 + \alpha_g \rho_g^0 \approx \alpha_i \rho_i^0 \approx \rho_i^0$$

мало отличающаяся от плотности несущей фазы в силу  $\rho_g^0 \ll \rho_i^0$ ,  $\alpha_g \ll 1$  при высокой сжимаемости. Сжатие смеси фактически происходит только за счет сжатия ее газовой составляющей, жидкая фаза практически не сжимается.

Плотность газа можно связать с радиусом пузырька  $R$  с помощью уравнения сохранения массы индивидуального пузырька

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_g^0 \right) = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\rho_g^0}{R} = \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 \quad (12)$$

Отсюда видно, что пульсации пузырька ведут к пульсациям истинной плотности газа  $\rho_g^0$ . Последняя в соответствии с (6) приводит к колебанию давления в смеси  $p$ . Анализ системы уравнений (1)-(6) показывает, что в конечном счете пульсируют и расходы газа и жидкости.

Таков качественный анализ системы определяющих уравнений.

В реальности процесс фильтрации газожидкостной системы медленный. Малое возмущение при движении пузырька приводит к тому, что пузырек, продвигаясь сквозь пористую среду, совершает колебания около некоторого своего равновесного значения  $R_0$  так, что закон изменения его радиуса можно описать следующей зависимостью

$$R = R_0 [1 + A_R^0 \exp(i\omega_0 t)] = R_0 [1 + A_R(t)] \quad (13)$$

Здесь  $A^0$  – амплитуда колебаний, а  $\omega_0$  – собственная частота колебаний  $\omega_0 = \sqrt{3\gamma p_0 / \rho_l^0} / R_0$ ,  $\gamma$  – показатель адиабаты.

Исходя из уравнений (1)-(6), рассмотрим процессы в пористой среде при малых отклонениях параметров от равновесного исходного состояния. Введем безразмерные переменные  $A_s, A_p$ , характеризующие возмущения  $S$  и  $p$

$$S = S_0 [1 + A_s^0 \exp(i\omega_0 t)] = S_0 [1 + A_s] \quad (14)$$

$$p = p_0 [1 + A_p^0 \exp(i\omega_0 t)] = p_0 [1 + A_p]$$

Приведем систему уравнений к виду, удобному для линеаризации

$$\frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{SF_l(S)k}{m\mu_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1-S}{R^3} \right) - \frac{k}{m\mu_g} \frac{1}{R^3} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (1-S)F_g(S) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0 \quad (16)$$

Введем безразмерную координату

$$\xi = x / L \quad (17)$$

С учетом (13), (14) и (17) уравнения (15) (16) запишутся в следующем виде

$$\frac{d^2 A_p^0(\xi)}{d\xi^2} - B_l A_s^0 = 0 \quad (18)$$

$$\frac{d^2 A_p^0(\xi)}{d\xi^2} + B_g \left[ A_R^0 + \frac{S_0}{1-S_0} A_s^0 \right] = 0 \quad (19)$$

где  $B_l = \frac{i\omega L^2 m \mu_l}{p_0 k F_l(S_0)}$ ,  $B_g = \frac{i\omega L^2 m \mu_g}{p_0 k F_g(S_0)}$ .

Отсюда определяем возмущения

$$\frac{A_s^0}{A_R^0} = - \frac{(1-S_0)F_l(S_0)\mu_g}{S_0 F_l(S_0)\mu_g + (1-S_0)\mu_g F_g(S_0)} \quad (20)$$

$$A_p^0 = \frac{\xi^2}{2} B_l A_s^0 \quad (21)$$

Отметим, что (21) соответствует тому, что на входе в трубу расход газа равен нулю ввиду того, что давление в среде выше давления насыщения.

С помощью (20) и (21) из (2) легко определить расходы фаз. Очевидно, что расходы газа и жидкости также будут пульсировать.

Рассмотрим случай изотермической фильтрации газа, когда уравнение состояния задается в виде (6). Систему (1)-(6) можно свести к двум уравнениям относительно  $S$  и  $p$

$$\frac{\partial S}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{SF_1(S)k}{m\mu_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [p(1-S)] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p(1-S)F_g(S)k}{m\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right] = 0 \quad (23)$$

Если сложим (12) получим уравнение неразрывности всей смеси

$$\pi \alpha_0^2 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (24)$$

Уравнение состояния смеси пузырьковой смеси согласно [1] запишем в виде

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\alpha_{20}}{\rho_0 / \rho - \alpha_{10}} \quad (25)$$

Из соотношений (6), (12) и (24) следует

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -3\alpha_{20}\rho_0 \frac{1 + (R/R_0)^3}{[\alpha_{10} + \alpha_{20}(R/R_0)^3]^2} \frac{\dot{R}}{R} \quad (26)$$

Подставив (26) в (24) и проинтегрировав полученное уравнение в пределах от  $x=0$  до  $x=L$ , получим

$$Q_L = Q_0 + 3\pi \alpha_0^2 \alpha_{20} \rho_0 L \frac{1 + (R/R_0)^3}{[\alpha_{10} + \alpha_{20}(R/R_0)^3]^2} \frac{\dot{R}}{R} \quad (27)$$

Линеаризация (27) в соответствии с (13) позволяет определить возмущение расхода газожидкостной среды в конце пористого образца

$$\frac{A_L^0}{A_R^0} = -3\pi \alpha_0^2 \alpha_{20} L \rho_0 \omega_0 \sin \omega_0 t \quad (28)$$

Отсюда видно, уменьшение объемного газосодержания приводит к снижению амплитуды колебаний расхода смеси, а увеличение длины пористого образца и частоты колебаний радиуса пузырька способствует повышению амплитуды колебаний расхода. Так как  $\omega_0 = \sqrt{3\gamma p_0 / \rho_l^0} / R_0$ , то высокие частоты характерны мелким газовым пузырькам.

Автор благодарен академику А.Х. Мирзаджанзаде за привлечение внимания к рассмотренным эффектам.

### Литература

- [1]. Нигматулин Р. И. *Динамика многофазных сред*. Ч II - М.: Наука, 1987, 360 с.
- [2]. Пыхачаев Г.Б., Исаев Р.Г. *Подземная гидравлика* М, «Недра» 1972, 360 с