УДК 539.3

РАСУЛОВА Н.Б.

РАЗРУШЕНИЕ МЕМБРАН ПРИ УДАРЕ ПО НЕЙ КОНУСОМ

Экспериментальные исследования показывают, что в некоторых условиях, при ударе конусом по гибкой мембране первоначально находящейся в горизонтальном недеформированном состоянии, из точки удара в нескольких направлениях начнут распространяться трещины [1].

Считая, что а) удар конуса нормальный,

б) скорости удара и распространения трещин постоянны,

в) мембрана упругая,

г)трещины симметрично расположены около точки удара,

будем исследовать этот процесс разрушения. Разумеется, разрушение может произойти при довольно больших скоростях удара, и в этих условиях имеет место случай, когда движение мембраны будет состоять из двух частей:

1) чисто поперечной, (обл. I) где мембрана полностью облегает конуса
2) плоское движение вокруг расширяющейся линии контакта мембраны с конусом (обл. II).

Очевидно, в области II движение будет описываться двумерными волновыми уравнениями Ляме, в то время как в области I справедливы уравнения Эль - Сакка [2]. Плоское движение мембраны в области II подробно исследовано в [3], отсюда заимствую решения, можно определить интересующие величины вдоль линии контакта.

Уравнения Эль - Сакка, описывающие движения в области контакта мембраны с конусом в полярной системе координат имеют вид:

$$\frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1+\nu}{2}\frac{\lambda}{r}\frac{\partial^2 w}{\partial r\partial\theta}+\frac{1-\nu}{2}\frac{\lambda^2}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{3-\nu}{2}\frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial w}{\partial\theta}-\frac{u}{r^2};$$

$$\frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{1-\nu}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1+\nu}{2}\frac{\lambda}{r}\frac{\partial^2 u}{\partial r\partial\theta^2}+\frac{\lambda^2}{r^2}\frac{\partial w}{\partial\theta^2}-\frac{1-\nu}{2}\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{3-\nu}{2}\frac{\lambda}{r^2}\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{1-\nu}{2}\frac{w}{r^2}$$

где $a_0=\sqrt{\dfrac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$, E - модуль Юнга, ν -коэффициент Пуассона, r,θ - Лагранжевые координаты частиц, α – угол полураствора конуса.

Как видно, если в этих уравнениях перейти от переменных (r,θ) к переменным $(r,\theta/\lambda)$ то получается обыкновенная система уравнений Ляме для двумерного движения. Это означает, что, хотя движение в области I пространственное, при данных условиях оно описывается двумерными уравнениями. Иными словами, на плоском сегменте $\left(r_0,\dfrac{2\pi}{\lambda}\right)$, где $r_0=V_0 tg\alpha t$ и V_0 – скорость удара, движение будет так же, как и на поверхности конуса. Это очень важный результат, так как имея дело с двумерными волновыми уравнениями и при обеспечении автомодельности задачи, появляется возможность применения функционально- инвариантных решений Смирнова - Соболева и использовать результаты исследований приведенных в [4], хотя при этом надо иметь в виду несколько различий и особенностей поставленной здесь задачи.

Во -первых, комплексные плоскости будут связаны с первоначальными координатами следующими формулами:

$$z_1 = \frac{\bar{c}_1 - \sqrt{\bar{c}_1^2 - \rho^2}}{\rho} e^{i\frac{\theta}{\lambda}}; \quad z_2 = \frac{\bar{c}_2 - \sqrt{\bar{c}_2^2 - \rho^2}}{\rho} e^{i\frac{\theta}{\lambda}}$$

где $\rho = \frac{r}{V_0 tg\alpha t}$; $\quad \bar{c}_i = \frac{c_i}{V_0 tg\alpha}$; $\quad i = 1,2$

Во-вторых, оба движения- и продольное, и поперечное, - пересекаются линией фронта $r = V_0 tg\alpha t$ где последует выполнение соответствующих граничных условий. Учитывая эти и некоторые другие характерные особенности при названных выше условиях, задачу можно решить методом, подробно описанным в [4], поскольку обе эти задачи представляют собой одинаковую начально- краевую задачу математической физики. Поэтому, построение решений этой задачи согласно [4], не представляет никакого труда и во избежение повторения, здесь не приводится.

Литература

[1]. Керимов К.А., Н.С. Грачкова, Ф.С.Пванахов *Исследование поведение мембран в процессе удара.* Сб. Механика деформируемых твердых тел. вып 2., 1975, «Элм» Баку.

[2]. Эль- Сакка А.Г. *О косом ударе по гибкой мембране* Вестник МГУ, 5, 1966.

[3]. Павленко *Прямой удар по гибкой пластине телом вращения заданного профиля.* Диссертация МГУ ,1952.

[4]. Расулова Н.Б., Б.Р.Нуриев *Распространение радикальных трещин в тонких пластинах при всестороннем растяжении* Изв. АН Аз. Рес. Сер. ФТМН. 1998, т.XVIII, № 2.

Rasulova N.B.

KONUSLA ZƏRBƏ ZAMANI MEMBRANLARIN DAĞILMASI

Məqalədə konusla zərbə zamanı elastik membranlarda dağılma hadisəsinə baxılmışdır. Uyğun hərəkət tənliklərinin tədqiqi baxılan məsələnin həlli məlum analoji məsələyə gtərtib çıxarmışdır.

Rasulova N.B.

THE FRACTURE OF THE MEMBRANES DUE TO IMPACT BY A CONE

In the paper the process of the fracture of the elastic membranes due to impact by a cone is considered.

By investigation of the corresponding equations of motion, thuis problem is reduced to the analogous problem, solved before.