

ШАММАЗОВ А.М., БАХТИЗИН Р.Н.

### АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Многие добываемые в настоящее время нефти являются, как правило, гетерогенными системами и обладают сложной внутренней структурой. Структурированность, изменчивость связей между структурными элементами являются характерной особенностью таких сред. Систематическое изучение процессов тепломассопереноса в таких нефтях впервые было начато школой академика А.Х.Мирзаджанзаде.

В данной работе приведены несколько результатов, сформулированных и полученных под влиянием идей А.Х. Мирзаджанзаде и связанных с течением структурированных сред.

Описание течения таких сред приводит обычно к нелинейным уравнениям в частных производных. Для получения решений таких уравнений может быть использован групповой анализ дифференциальных уравнений.

Понятие группы преобразований, допускаемой дифференциальным уравнением в частных производных, впервые было сформулировано в работах норвежского математика С.Ли. Академиком Л.В.Овсянниковым было начато систематическое изучение применения групп Ли к анализу структуры множества решений дифференциальных уравнений.

Цель применения группового анализа к прикладным задачам заключается в нахождении инвариантов уравнений, с их помощью уменьшать размерность задачи и получать аналитические решения.

Рассмотрим уравнение течения неньютоновской жидкости в цилиндрической трубе:

$$u_r = \Phi'(u_r)u_{rr} + r^{-1}\Phi(u_r) \quad (1)$$

где  $w = u + \rho^{-1} \int_0^r f(t)dt$  - скорость потока;

$f(t)$  - заданный закон изменения перепада давления;

$\Phi$  - функция, характеризующая закон трения неньютоновской жидкости.

С целью получения некоторых частных решений уравнения (1), отвечающим естественным граничным условиям

$$w|_{r=R} = 0 \quad w|_{r=0} = 0 \quad (2)$$

был проведен групповой анализ уравнения (1). Получена групповая классификация уравнения (1) по функции  $\Phi$ . Показано, что при

$$\Phi = \exp(u_r), \quad \Phi = u_r^\alpha, \quad \Phi = u_r^{-1}$$

уравнение (1) обладает дополнительными симметриями, благодаря которым удастся построить решения удовлетворяющие (2).

При структурных изменениях неньютоновских сред может наблюдаться изменение реологических свойств по времени. В частности кажущаяся вязкость

жидкости определяется не только скоростью сдвига, но и продолжительностью. В зависимости от характера этих изменений такие жидкости называются тиксотропными и реопектическими. Течение таких жидкостей описывается с помощью структурного параметра  $\lambda$ . В одномерном случае система уравнений может быть записана в виде

$$u_x = (\mu(\lambda)u_x)_x, \quad \lambda_x = \Phi(\lambda, u_x) \quad (3)$$

Здесь  $\mu$  и  $\Phi$  функции характеризующие свойства жидкостей. По этим функциям проведена групповая классификация. Это позволяет построить и проанализировать ряд инвариантных решений.

В частности, для часто используемого в приложениях случая

$$\lambda_x + \lambda = u_x^m, \quad \mu = \lambda^{-1}$$

построено следующее решение течения тиксотропной жидкости, из которого

$$u = (x_0 - x)^p \varphi(t), \quad \lambda = (x_0 - x)^2 \psi(t), \quad p = 1 - 2/m, \quad x_0 > 0$$

$$t = t_0 + \ln \left( 1 + l \int_{\varphi_0}^{\varphi} \exp[q(\varphi^m - \varphi_0^m)] d\varphi \right)$$

$$\psi = \psi_0 \exp[q(\varphi^m - \varphi_0^m)] \left( 1 + l \int_{\varphi_0}^{\varphi} \exp(q\varphi^m) / \varphi d\varphi \right)^{-1}$$

$$q = \frac{(m-2)^{m-1}}{2(m-1)m^{m-1}}, \quad l = \frac{\psi_0 m^2}{(m-1)(m-2)}$$

следует, что при некотором заданном режиме на границе  $x=0$  возмущение не будет распространяться за границу  $x=x_0$  первоначально разрушенной структуры ( $0 \leq x \leq x_0$ ), т.е. наблюдается эффект локализации возмущений.

Рассмотрим теперь вопросы тепломассопереноса в структурированных средах. В таких средах с изменением температуры могут происходить разрушение и восстановление структуры, химические реакции и т.п., которые можно рассматривать как некоторые внутренние преобразования, происходящие в среде. Характерной особенностью таких процессов является то, что к ним не применима теория локального термодинамического равновесия. Поэтому, основываясь на принципе неравновесной термодинамики- принципа наименьшего рассеяния энергии, получена система уравнений для распространения тепла а в таких средах:

$$\tau \frac{\partial \eta}{\partial t} + \eta = f(T) \quad (4)$$

$$c \frac{\partial T}{\partial t} + q \frac{\partial \eta}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T), \quad (5)$$

где  $c = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_n$ ,  $q = \rho \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_\tau$ ,  $\tau = \frac{\rho T}{\varepsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_{\tau, A}$ ,  $T$ -температура,  $A$ - сродство к превращению,  $\eta = \eta(T, A)$ -соответствующая внутренняя переменная,  $f(T) = \eta(T, 0)$ -равновесное значение  $\eta$ , остальные обозначения стандартные.

В случае фазовых переходов в рассматриваемых средах равновесные параметры системы испытывают скачок при температуре фазового перехода  $T_c$ . Поэтому функция  $f(T)$  в уравнении (4) имеет скачок 1-го рода при  $T = T_c$ . При этом теплота фазового перехода равна  $q/a$ , где  $a$ - величина скачка функции

$f(T)$ . При  $q \neq 0$  имеет место фазовый переход 1-го рода, а случай  $q = 0$  соответствует переходу 2-го рода, причем в последнем случае влияние релаксационных явлений определяется только зависимостью параметров уравнения (5) от переменной  $\eta$ .

В средах с внутренними преобразованиями фазовый переход 1-го рода качественно отличается от локально-равновесного (задача Стефана). Если в задаче Стефана на границе раздела фаз первые производные терпят разрыв, то решения уравнений (4), (5) непрерывно вместе с первыми производными.

Приближенное решение уравнений (4), (5) при постоянных коэффициентах может быть получено методом интегральных соотношений. В случае, когда коэффициенты уравнений зависят от структурного параметра, решение может быть получено по конечно-разностным схемам.

Показано, что при малых значениях релаксационного параметра процесс близок к локально-равновесному. Однако релаксационные эффекты даже в случае их малости существенны при определении параметров перехода, в частности, температуры перехода. На основании предлагаемой модели объяснен разброс результатов определения температуры застывания многих нефтепродуктов различными методиками.

Приведенные результаты могут служить для качественного анализа процессов разработки нефтяных и газовых месторождений и служить основой для построения идентификационных уравнений. Как видно из анализа выше рассмотренных моделей, часто возникает задача оценивания параметров модели на основании экспериментальной и промысловой информации. Для решения этих вопросов необходимо использовать методы решения обратных задач, которые активно разрабатываются применительно к процессам нефтедобычи и транспорта школой А.Х.Мирзаджанзаде.