AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI

Əlyazması hüququnda

4-CÜ TƏRTİB 3-QAT XARAKTERİSTİKALI DİFERENSİAL OPERATORLAR DƏSTƏSİ ÜÇÜN ÇEVİRMƏ OPERATORLARININ QURULMASI

İxtisas: 1202.01 – Analiz və funksional analiz

Elm sahəsi: Riyaziyyat

İddiaçı: **Sahil Asif oğlu Əliyev**

Fəlsəfə doktoru elmi dərəcəsi almaq üçün
təqdim edilmiş dissertasiyanın

AVTOREFERATI

Bakı – 2024

Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin "Ümumi riyaziyyat" kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Elmi rəhbər: fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Elşar Qurban oğlu Orucov

Rəsmi opponentlər:

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
Həmidulla İsrafil oğlu Aslanov

riyaziyyat elmləri doktoru, dosent
Azad Məmməd oğlu Bayramov

fizika-riyaziyyat elmləri namizədi, dosent
Fuad Ağca oğlu Abdullayev

Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Ali Attestasiya Komissiyasının Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 dissertasiya şurası.

Dissertasiya şurasının sədri: AMEA-nın müxbir üzvü,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
_______________ **Misir Cumail oğlu Mərdanov**

Dissertasiya şurasının elmi katibi:
fizika-riyaziyyat elmləri namizədi
_______________ **Əbdürrəhim Fərman oğlu Quliyev**

Elmi seminarın sədri: AMEA-nın müxbir üzvü,
fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor
_______________ **Bilal Telman oğlu Bilalov**

İŞİN ÜMUMİ XARAKTERİSTİKASI

Mövzunun aktuallığı və işlənmə dərəcəsi. Dissertasiya işi 4-cü tərtib 3-qat xarakteristikali diferensial operatorlar dəstəsi üçün çevirmə operatorlarının qurulmasına və çevirmə operatorlarının köməyi ilə bu operatorlar dəstəsinin spektral xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur.

Ikinci tərtib adi diferensial operatorlar dəstəsinin spektral nəzəriyyəsi M.Jaulent, I.Mlodek, M.G.Qasımov, H.Ş.Hüseynov, H.M.Hüseynov, İ.M.Nəbiyev və digər müəlliflər tərəfindən kifayət qədər ətraflı tədqiq olunmuşdur. Bu məsələlərin öyrənilməsində bir tənliyin həllərini digər tənliyin həllərinə çevirən çevirmə operatorlarının xüsusi rolu olmuşdur.

Ötən əsrin 40-cı illərində J.Delsart tərəfindən daxil edilmiş çevirmə operatorlarının iki mühüm xüsusiyyəti var:

1) Çevirmə operatorunun nüvəsi üçbucaq şəklindədir;
2) Diferensial operatorun əmsalları çevirmə operatorunun nüvəsi vasitəsilə ifadə olunur.

Çevirmə operatorlarının bu xassələri onları adi diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinə tətbiq etməyə imkan verir. Buna görə də ötən əsrin 40-cı illərindən başlayaraq Şturm-Liuvill və Dirak tipli diferensial operatorlarının spektral nəzəriyyəsi çevirmə operatorlarının köməyilə öyrənilməyə başlanmışdır. Bu istiqamətdə B.M.Levitanın, A.Y.Povznerin, V.A.Marçenkonun, B.Y.Levinin fundamental işlərini qeyd etmək olar.

Şturm-Liuvill operatorlarının spektral nəzəriyyəsinə çevirmə operatorlarının tətbiqindən sonra onların yüksək tərtibli diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinə tətbiq olunması cəhdləri yaranmışdır. Lakin bu cəhdlər ciddi çətinliklərlə müşayət olunmuşdur. Məlum olmuşdur ki, bu halda çevirmə operatorunun nüvəsi üçün Qursa məsələsi ümumiyyətlə korrekt olmur və çevirmə operatorunun varlığını isbat etmək üçün tənliyin əmsalları üzərinə analitiklik şərti qoymaq lazım gəlir.

M.K.Faqenin işlərində yüksək tərtibli diferensial tənliyin həlləri üçün göstərilişlər tapılmışdır. Lakin həmin göstərilişlər üçün çevirmə operatorlarının yuxarıda qeyd olunan iki xassəsi ödənilmir. Buna görə də həmin göstərilişlərin tətbiq sahəsi o qədər də geniş deyil. Bu baxımdan yüksək tərtibli diferensial operatorlar dəstəsi üçün çevirmə operatorlarının qurulması aktual məsələdir. Bu istiqamətə M.G.Qasımovun və Ə.M.Məhərrəmovun işlərini, E.Q.Orucovun və başqalarının işlərini qeyd etmək olar. Qeyd olunan axırıncı işlərdə diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri eynidir. Köklərinin təkrarlanma dərəcələri müxtəlif olduqda isə əlavə çətinliklər meydana gəlir.

Öz-özünə qoşma olmayan operatorun kəsilməz spektrinin olduğu halda məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının alınmasına M.G.Qasımovun, F.Q.Maqsudovun və başqalarının işləri həsr olunmuşdur. Yarım oxda verilmiş dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsi üçün diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri eyni olduqda məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının alınmasına M.G.Qasımovun, Ə.M.Məhərrəmovun və başqalarının işləri həsr olunmuşdur. Oxşar məsələ bütün ox halında S.S.Mirzəyev, E.Q.Orucov və A.X.Xanməmmədovun işlərində baxılmışdır. Dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsi üçün ayrılış düsturlarının alınmasında diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri müxtəlif olduqda xüsusi çətinliklər yaranır. Bu ilk növbədə diferensial operatorlar dəstəsinə üçüncü tərtib törəmənin daxil olması ilə bağlıdır. Buna görə də dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri müxtəlif olduqda ayrılış düsturlarının alınması elmi maraq doğurur.

Tədqiqatın obyekti və predmeti. Yüksək tərtibli diferensial operatorlar dəstəsi üçün çevirmə operatorlarının varlığının isbat olunması və onların spektral nəzəriyyəyə tətbiqi aktualdır. Dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri müxtəlif olduqda diferensial tənliyə üçüncü tərtib törəmə daxil olur. Bu isə həm həyəcanlanmamış, həm də həyəcanlanmış tənliyin fundamental həllər sisteminin Vronski determinantının dəyişəndən asılı olmasına gətirib çıxarır. Sonuncu faktor məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının alınmasında əvvəllər mövcud olan bir çox mühakimələrin ciddi dəyişdirilməsini tələb edir. Buna görə də dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma tərtibləri müxtəlif olduqda çevirmə operatorlarının qurulması və bu dəstənin spektral analizi xüsusi maraq doğurur.

Tədqiqatın məqsədi və vəzifələri. Dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda çevirmə operatorlarının qurulması, çevirmə operatorlarının nüvələri üçün xüsusi törəməli diferensial tənliklərin alınması. Bu cür diferensial operatorlar dəstəsinin diskret və kəsilməz spektrinin tədqiqi, rezolventasının qurulması və məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının alınması.

Tədqiqat metodları. Dissertasiya işində diferensial operatorların spektral nəzəriyyəsinin, funksional analizin, həqiqi və kompleks dəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin metodlarından istifadə olunur.

Müdafiəyə çıxarılan əsas müddəalar. Müdafiəyə aşağıdakı əsas müddəalar çıxarılır:

Dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda sonsuzluqda şərt ödəyən çevirmə operatorların qurulması; dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda $x=0$ nöqtəsində şərt ödəyən çevirmə operatorların qurulması; dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin spektrinin və rezolventasının tədqiqi; dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin diskret və kəsilməz spektrlərinə uyğun məxsusi funksiyalar üzrə ayrılış düsturlarının alınması.

Tədqiqatın elmi yeniliyi. İşdə aşağıdakı əsas nəticələr alınmışdır:

- dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda sonsuzluqda şərt ödəyən çevirmə operatorları qurulmuşdur. Çevirmə operatorlarının inteqral göstərilişindəki nüvələrinin xassələri araşdırılmışdır;
- dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda $x=0$ nöqtəsində şərt ödəyən çevirmə operatorları qurulmuşdur. Çevirmə operatorlarının inteqral göstərilişindəki nüvələrinin xassələri araşdırılmışdır;
- dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədlərinin kompleks müstəvidə səpələnməsi öyrənilmişdir;
- dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin rezolventasının inteqral göstərilişi tapılmışdır;
- dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin diskret və kəsilməz spektrlərinə uyğun məxsusi funksiyalar üzrə müxtəlif metodlarla ayrılış düsturları alınmışdır.

Tədqiqatın nəzəri və praktiki əhəmiyyəti. Dissertasiyada alınan nəticələr nəzəri xarakter daşıyır. Alınan nəticələrdən dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin spektral nəzəriyyəsində və həmçinin tərs spektral məsələlərin öyrənilməsində istifadə oluna bilər

Aprobasiyası və tətbiqi. Dissertasiyanın əsas nəticələri Bakı Dövlət Universitetinin "Riyazi iqtisadiyyat" kafedrasının elmi seminarında (prof. E.Q.Orucov), Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun "Qeyriharmonik analiz” (AMEA-nın müxbir üzvü, prof. B.T.Bilalov) şöbəsinin seminarında, Azərbaycan Universitetinin “Riyaziyyat və informatika” kafedrasının elmi seminarında (prof. H.M.Hüseynov), Bakı Mühəndislik Universitetinin “Riyaziyyat” kafedrasının elmi seminarında (r.e.d. R.F.Əfəndiyev), eləcədə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun 60 illik yubileyinə həsr olunmuş “Riyaziyyat və Mexanikanın Müasir Problemləri” Beynəlxalq konfransda (Bakı, 2019), A.A.Borubayevin 70 illik yubileyinə həsr olunmuş “Müasir riyaziyyatın problemləri” Beynəlxalq konfransında (Bişkek-İssık-Kul, 2021) məruzə edilmişdir.

İddiaçının şəxsi töhfəsi. Dissertasiyada alınan bütün nəticələr iddiaçıya məxsusdur.

İddiaçının nəşrləri. Müəllifin 11 elmi işindən 7 məqaləsi Azərbaycan Respub-likasının Prezidenti yanında AAK tərəfindən tövsiyə edilən elmi nəşrlərdə (2-si Web of Science tərəfindən indekslənən jurnallarda), 4-ü isə müxtəlif beynəlxalq konfrans materiallarında (2-si xaricdə olmaqla) dərc olunmuşdur.

Dissertasiya işinin yerinə yetirildiyi təşkilatın adı.

Dissertasiya işi Naxçıvan Dövlət Universitetinin “Ümumi riyaziyyat” kafedrasında yerinə yetirilmişdir.

Dissertasiyanın struktur bölmələrinin ayrı-ayrılıqda həcmi qeyd olunmaqla dissertasiyanın işarə ilə ümumi həcmi.

Dissertasiya işinin ümumi həcmi – 193022 işarədir (titul səhifəsi – 397 işarə, mündəricat – 1771 işarə, giriş – 29278 işarə, birinci fəsil – 80000 işarə, ikinci fəsil – 80000 işarə, nəticə - 1576). İstifadə edilmiş ədəbiyyat siyahısı 126 adda ədəbiyyatdan ibarətdir.

İŞİN MƏZMUNU

Dissertasiya girişdən, iki fəsildən və ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə dissertasiya işinin aktuallığı əsaslandırılmış, işin məzmunu ilə bağlı nəticələrin qısa xülasəsi verilmiş və əsas nəticələr şərh olunmuşdur.

I fəsildə parametrdən çoxhədli şəklində asılı 4-cü tərtib 3-qat xarakteristikalı diferensial tənliklər dəstəsinin həllərinin çevirmə operatorları vasitəsilə inteqral göstərilişləri tapılmışdır. Çevirmə operatorlarının nüvələrinin xassələri öyrənilmişdir.

1-ci fəslin 1-ci paraqrafında xətti topoloji fəzalarda çevirmə operatoru anlayışı haqqında köməkçi məlumatlar verilir, çevirmə operatorunun bəzi xassələri qeyd olunur.

I fəslin 2-ci paraqrafı parametrdən çoxhədli şəklində asılı olan 4-cü tərtib diferensial tənliklər üçün sonsuzluqda şərt ödəyən çevirmə operatorlarının qurulmasına həsr olunmuşdur. Bu paraqrafda $0 < x < +\infty$ yarım oxunda :

$$\begin{aligned} &\ell\left(x, \frac{d}{dx}, \lambda\right)y = \left(\frac{d}{dx} + i\lambda\right)^3\left(\frac{d}{dx} - i\lambda\right)y + \\ &+ r(x)\frac{dy}{dx} + (\lambda p(x) + q(x))y = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

tənliyinə baxılır, burada $r(x)$, $q(x)$ və $p(x)$ funksiyaları $[0, +\infty)$ aralığında təyin olunmuş və uyğun olaraq 3-cü, 4-cü və 5-ci tərtib kəsilməz törəmələri olan kompleks qiymətli funksiyalar olub aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty x^4 \left|r^{(s)}(x)\right| dx < \infty, \quad s = 0,1,2,3, \\ &\int_0^\infty x^4 \left|p^{(s)}(x)\right| dx < \infty, \quad s = 0,1,2,3,4,5, \\ &\int_0^\infty x^4 \left|q^{(s)}(x)\right| dx < \infty, \quad s = 0,1,2,3,4. \end{aligned} \tag{2}$$

Biz (1) tənliyinin elə $F_j(x,\lambda)$, $j = 0,1,2,3$ həllərini öyrənirik ki, bu həllər sonsuzluqda

$$\begin{aligned} &\lim_{x\to+\infty} \frac{d^s}{dx^s}\left\{F_j(x,\lambda) - x^j e^{-i\lambda x}\right\} = 0, \ j = 0,1,2, \ s = 0,1,2,3 \\ &\lim_{x\to+\infty} \frac{d^s}{dx^s}\left\{F_3(x,\lambda) - e^{i\lambda x}\right\} = 0, \quad s = 0,1,2,3 \end{aligned} \tag{3}$$

şərtlərini ödəsin. Bu paraqrafda isbat olunur ki, (1) tənliyinin əmsalları (2) şərtlərini ödədikdə bu tənliyin (3) asimptotikalı həlləri var və yeganədir. Çevirmə operatorları vasitəsilə həllərin inteqral göstərilişləri tapılmışdır.

Fərz edək ki,

$$\sigma_j(x) = \frac{1}{4}\int_x^\infty s^{j+1}|p(s)|ds + \frac{1}{8}\int_x^\infty s^{j+1}|\,q(s) - r'(s)|\,ds +$$

$$+\frac{1}{4}\int_x^\infty s^{j+1}|r\,(s)|ds.$$

Teorem 1. $r(x),\ q(x),\ p(x)$ *funksiyaları* $[0,\ +\infty)$ *aralığında təyin olunmuş və uyğun olaraq 3-cü, 5-ci, 4-cü tərtib kəsilməz törəmələrə malik olub, (2) şərtlərini ödədikdə (1) tənliyinin* λ *parametri* $\mathrm{Im}\lambda \le 0$ *qapalı aşağı yarımmüstəvidən qiymətlər aldıqda*

$$F_j(x,\lambda) = x^{j-1}e^{-i\lambda x} + \int_x^\infty K_j(x,t)e^{-i\lambda t}dt,\ \ j = 0,1,2 \qquad (4)$$

şəklində göstərilən, λ *parametri* $\mathrm{Im}\lambda \ge 0$ *qapalı yuxarı yarımmüstəvidən qiymətlər aldıqda isə*

$$F_3(x,\lambda) = e^{i\lambda x} + \int_x^\infty K_3(x,t)e^{i\lambda t}dt \qquad (5)$$

şəklində göstərilən həlli var. Belə ki, $K_j(x,t),\ j = 0,1,2,3$ *nüvələri hər bir* $x \ge 0$ *üçün*

$$\int_x^\infty |K_j(x,t)|^2 dt < \infty \qquad (6)$$

şərtlərini ödəyir. Bundan başqa

$$|K_j(x,t)| \le C_j\sigma_j\left(\frac{x+t}{2}\right). \qquad (7)$$

qiymətləndirmələri doğrudur,burada $C_j,\ j = 0,1,2,3$ *sabit ədədlərdir.*

2-ci paraqrafda həmçinin $F_j(x,\lambda),\ j = 0,1,2,3$ həllərinin xassələri öyrənilmişdir.

Paraqraf 1.3-də (4), (5) göstərilişlərinə daxil olan $K_j(x,t)$ nüvələri üçün xüsuisi törəməli diferensial tənliklər alınmışdır.

Teorem 2. *Əgər* $p(x)$, $q(x)$ *və* $r(x)$ *funksiyaları* $[0,+\infty)$ *aralığında uyğun olaraq 5-ci, 4-cü və 3-cü tərtib kəsilməz törəmələrə malik olarsa və (2) şərtlərini ödəyərsə, onda* $K_j(x,t)$ *nüvələrinin 4-cü tərtibə qədər kəsilməz xüsusi törəmələri var və aşağıdakı münasibətlər doğrudur:*

$$\ell\left(x,\frac{\partial}{\partial x},i\frac{\partial}{\partial t}\right)K_j(x,t)=0\,, \tag{8}$$

$$\lim_{x+t\to\infty}\frac{\partial^{\alpha+\beta}K_j(x,t)}{\partial x^{\alpha}\partial t^{\beta}}=0,\ \alpha+\beta\le 4\,. \tag{9}$$

Bundan başqa $K_j(x,t)$ *funksiyaları* $t=x$ *xarakteristikası üzərində Qursa tipli şərtləri ödəyir.*

Birinci fəslin sonuncu paraqrafında parametrdən çoxhədli şəklində asılı olan 4-cü tərtib diferensial tənliklər üçün $x=0$ nöqtəsində şərt ödəyən çevirmə operatorları qurulmuşdur.

Teorem 3. *Əgər* $r(x)$, $q(x)$ *və* $p(x)$ *kompleks qiymətli funksiyaların ədəd oxunda uyğun olaraq 3-cü, 4-cü, 5-ci tərtib törəmələri olarsa, onda (1) tənliyinin*

$$F_j(x,\lambda)=x^j e^{i\lambda x}+\int_{-x}^{x}K_j(x,t)e^{-i\lambda t}dt,\qquad j=0,1,2,$$

$$F_3(x,\lambda)=e^{-i\lambda x}+\int_{-x}^{x}K_3(x,t)e^{i\lambda t}dt \tag{10}$$

şəklində göstərilən həlləri var, burada $K_j(x,t)$, $j=0,1,2,3$ *funksiyaları 4-cü tərtibə qədər törəmələri olan funksiyalardır.*

II fəsil əvvəlki fəsildə qurulan çevirmə operatorlarının köməyilə

$$\ell_+\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)y=\left(\frac{d}{dx}-i\lambda\right)^3\left(\frac{d}{dx}+i\lambda\right)y+ \\ r(x)y'+(\lambda p(x)+q(x))y=0,\ 0<x<\infty \tag{11}$$

diferensial tənliyinin və

$$
\begin{aligned}
&U_v(y)=\alpha_{v_0}y(0)+\alpha_{v_1}y'(0)+\alpha_{v_2}y''(0)+\\
&+\alpha_{v_3}y'''(0)=0, \quad v=1,2,3
\end{aligned} \tag{12}
$$

sərhəd şərtlərinin doğurduğu sərhəd məsələsinin spektral analizinə həsr olunur, burada $r(x)$, $q(x)$, $p(x)$ kompleks qiymətli funksiyalar olub, $[0,\infty)$ aralığında uyğun olaraq 3-cü, 4-cü və 5-ci tərtib kəsilməz törəmələrə malikdir və (2) şərtlərini ödəyir. (12) sərhəd şərtlərinə gəlincə hesab olunur ki, $U_v(y)$, $v=1,2,3$ xətti formaları xətti asılı deyil, yəni

$$
\begin{pmatrix}
\alpha_{10} & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}\\
\alpha_{20} & \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}\\
\alpha_{30} & \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33}
\end{pmatrix}
$$

matrisinin ranqı 3-ə bərabərdir. Birinci fəslin 2-ci paraqrafındakı nəticələrdən istifadə olunaraq tapılır ki, (2) şərtləri daxilində (11) tənliyinin $\mathrm{Im}\lambda\ge 0$ olduqda

$$
y_j(x,\lambda)=x^{j-1}e^{i\lambda x}+\int_x^{\infty}K_j^{+}(x,t)e^{i\lambda t}dt,\ j=1,2,3 \tag{13}
$$

şəklində göstərilən həlləri, $\mathrm{Im}\lambda\le 0$ olduqda isə

$$
y_4(x,\lambda)=e^{-i\lambda x}+\int_x^{\infty}K_4^{+}(x,t)e^{-i\lambda t}dt \tag{14}
$$

şəklində göstərilən həlli var. Belə ki, $K_j^{+}(x,t)$ nüvələri 4-cü tərtibə qədər kəsilməz törəmələrə malikdir və

$$
\ell_t\left(x,\frac{\partial}{\partial x},i\frac{\partial}{\partial t}\right)K_j^{+}(x,t)=0, \tag{15}
$$

$$
\begin{aligned}
&\lim_{x+t\to\infty}\frac{\partial^{\alpha+\beta}K_j^{+}(x,t)}{\partial x^{\alpha}\partial t^{\beta}}=0,\ \alpha+\beta\le 0,\\
&\int_x^{\infty}\left|K_j^{+}(x,t)\right|dt<\infty
\end{aligned} \tag{16}
$$

münasibətlərini ödəyir.

D ilə elə $y = y(x) \in L_2(0, \infty)$ funksiyalarından təşkil olunmuş çoxluğu işarə edək ki, aşağıdakı şərtlər ödənilsin:

1) $y^{(\nu)}(x),\ \nu = \overline{0,3}$ funksiyaları hər bir sonlu $[0, b]$ parçasında mütləq kəsilməzdir və $y^{(\nu)}(x) \in L_2(0, \infty),\ \nu = 0,...,3,\ y^{(3)}(x) \to 0,\ x \to \infty$;

2) $\ell_+\left(x, \frac{d}{dx}, \lambda\right) y \in L_2(0, \infty)$.

Fərz edək ki, D_α ilə D funksiyalar çoxluğunun (12) sərhəd şərtlərini ödəyən altçoxluğu işarə olunur.

L_λ^α operatorlar dəstəsi dedikdə təyin oblastı D_α çoxluğu olan və $y = y(x) \in D$ olduqda təsir qaydası

$$L_\lambda^\alpha y = \ell_+\left(x, \frac{d}{dx}, \lambda\right) y$$

kimi olan operatorlar dəstəsi başa düşəcəyik, burada λ ümumiyyətlə kompleks parametrdir.

Paraqraf 2.1-də L_λ^α operatorunun qöşma operatorunun təyin oblastının təsviri verilmiş, qoşma operatorun aşkar şəkli tapılmışdır.

İkinci fəslin ikinci paraqrafında əlavə şərtlər daxilində, daha dəqiq desək (11) tənliyinin əmsalları müəyyən $\eta > 0$ ədədi üçün

$$\begin{gathered} e^{\eta x} r^{(\nu)}(x) \in L_2(0, \infty), \\ e^{\eta x} p^{(\nu)}(x) \in L_2(0, \infty),\ \nu = 0,1,\ e^{\eta x} q(x) \in L_2(0, \infty) \end{gathered} \tag{17}$$

şərtlərini ödədikdə L_λ^α operatorlar dəstəsinin diskret spektri öyrənilmişdir. $\operatorname{Im}\lambda > 0$ qiymətləri üçün aşağıdakı düstur ilə $A(\lambda)$ determinantını təyin edək:

$$A(\lambda) = \begin{vmatrix} U_1(y_1(x,\lambda)) & U_1(y_2(x,\lambda)) & U_1(y_3(x,\lambda)) \\ U_2(y_1(x,\lambda)) & U_2(y_2(x,\lambda)) & U_2(y_3(x,\lambda)) \\ U_3(y_1(x,\lambda)) & U_3(y_2(x,\lambda)) & U_3(y_3(x,\lambda)) \end{vmatrix}. \tag{18}$$

Teorem 4. $\operatorname{Im}\lambda_0 > 0$ *şərtini ödəyən* λ_0 *kompleks ədədinin*

L_λ^α *operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədi olması üçün zəruri və kafi şərt*

$$A(\lambda_0)=0 \tag{19}$$

bərabərliyinin ödənilməsidir.

Teorem 5. $\mathrm{Im}\lambda_0<0$ *şərtini ödəyən* λ_0 *kompleks ədədinin* L_λ^α *operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədi olması üçün zəruri və kafi şərt* $y_4(x,\lambda_0)$ *həllinin (12) sərhəd şərtlərini ödəməsidir, yəni*

$$u_\nu(y_4(x,\lambda_0))=0,\ \nu=1,2,3 \tag{20}$$

bərabərliklərinin ödənilməsidir.

Bu paraqrafda göstərilir ki, L_λ^α operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədlərinin sayı hesabidən çox ola bilməz.

Teorem 6. L_λ^α *operatorlar dəstəsinin* $\mathrm{Im}\lambda>0$ *yarımmüstəvisində məxsusi ədədlərinin sayı hesabidən çox ola bilməz. Məxsusi ədədlərin limit nöqtələri yalnız həqiqi oxda yerləşə bilər.*

Teorem 7. L_λ^α *operatorlar dəstəsinin* $\mathrm{Im}\lambda<0$ *yarımmüstəvisində yerləşən məxsusi ədədlərinin sayı hesabidən çox ola bilməz. Məxsusi ədədlər çoxluğunun limit nöqtələri yalnız həqiqi oxda yerləşə bilər.*

Digər tərəfdən isə L_λ^α operatorlar dəstəsinin $R=(-\infty,\infty)$ həqiqi oxu üzərində məxsusi ədədlərinin olmadığı isbat olunur.

Teorem 8. L_λ^α *operatorlar dəstəsinin həqiqi ox üzərində məxsusi ədədləri yoxdur.*

II fəslin üçüncü paraqrafında L_λ^α operatorlar dəstəsinin rezolventası və kəsilməz spektri araşdırılmışdır. Fərz edək ki, $\mathrm{Im}\lambda>0$ və λ ədədi L_λ^α operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədi deyil. $R_\lambda^{+\alpha}$ ilə bu dəstənin rezolventasını işarə edəcəyik. Fərz edəcəyik ki, $R_\lambda^{+\alpha}$ rezolventasının təyin oblastı hər bir sonlu $[0,a]$ parçasının kənarında sıfıra çevrilən hamar $f(x)$ funksiyasını özündə saxlayır.

$R_\lambda^{+\alpha} f = Y$ işarə edək. Deməli, $Y(x,\lambda)$ funksiyası $f(x) \in L_2(0,\infty)$ finit funksiyası üçün

$$\ell_+\left(x, \frac{d}{dx}, \lambda\right)Y = f \tag{22}$$

tənliyinin həllidir. Bu həll $L_2(0,\infty)$ fəzasına daxildir və (12) sərhəd şərtlərini ödəyir. Məlum olduğu kimi (11) tənliyinin $Y_k(x,\lambda)$, $k=\overline{1,4}$ fundamental həllər sistemi var, burada $Y_4(x,\lambda) \notin L_2(0,\infty)$ münasibəti ödənilir, $Y_k(x,\lambda)$, $k=1,2,3$ funksiyalarını isə ümumiliyi pozmadan (13) düsturları ilə təyin olunan $y_k(x,\lambda)$, $k=\overline{1,4}$ həlləri götürə bilərik.

Tutaq ki, $W(x,\lambda)$ yuxarıda qeyd olunan fundamental həllər sisteminin Vronski determinantıdır, yəni

$$W(x,\lambda) = \begin{vmatrix} Y_1(x,\lambda) & Y_2(x,\lambda) & Y_3(x,\lambda) & Y_4(x,\lambda) \\ Y_1'(x,\lambda) & Y_2'(x,\lambda) & Y_3'(x,\lambda) & Y_4'(x,\lambda) \\ Y_1''(x,\lambda) & Y_2''(x,\lambda) & Y_3''(x,\lambda) & Y_4''(x,\lambda) \\ Y_1'''(x,\lambda) & Y_2'''(x,\lambda) & Y_3''(x,\lambda) & Y_4''(x,\lambda) \end{vmatrix} \tag{21}$$

$W_i(x,\lambda)$ ilə $W(x,\lambda)$ vronski deteminantındakı $Y_i'''(x,\lambda)$ elementinin cəbri tamamlayıcısını işarə edək. Tutaq ki,

$$Z_{5-k}(x,\lambda) = \frac{W_k(x,\lambda)}{W(x,\lambda)}, \ k = 1,2,3,4.$$

$$A(\lambda) = \det\left|U_v(Y_k)\right|_{v,k=1}^{3} \neq 0,$$

$A_k(\lambda)$ determinantı isə $A(\lambda)$ determinantından $U_v(Y_k)$- ları $U_v(Y_4)$ ifadələri ilə əvəz etməklə alınır. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$h_k(x,\lambda) = \frac{A_k(\lambda)}{A(\lambda)} Z_1(x,\lambda), \ k = 1,2,3.$$

Qeyd edək ki, $Z_k(x,\lambda),\ k=1,2,3,4$ funksiyaları $\ell_+^*\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)Z=0$ qoşma tənliyinin həllidir. Aşağıdakı işarələmələri qəbul edək:

$$Z_{5-i}(\xi,\lambda)=\omega_i^+(\xi,\lambda),\quad i=1,...,4.$$

$$h_i^+(\xi,\lambda)=\frac{A_i(\lambda)}{A(\lambda)}\omega_4^+(\xi,\lambda)..$$

$$K^+(x,\xi,\lambda)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{3}\left[h_i^+(\xi,\lambda)+\omega_i^+(\xi,\lambda)\right]Y_i(x,\lambda), & \xi<x,\\ \sum_{i=1}^{3}h_i^+(\xi,\lambda)Y_i(x,\lambda)-\omega_4^+(\xi,\lambda)Y_4(x,\lambda), & \xi>x.\end{cases}$$

Teorem 9. *$R_\lambda^{+\alpha}$ rezolventası üçün aşağıdakı inteqral göstəriliş doğrudur:*

$$Y(x,\lambda)=\left(R_\lambda^{+\alpha}f\right)(x)=\int_0^\infty K^+(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi\ . \qquad (23)$$

Sonra isə bu paraqrafda rezolventa λ aşağı açıq yarımmüstəvidə dəyişdikdə araşdırılır. Bu yarımmüstəvidə (11) tənliyinin ümumi nəzəriyyəyə əsasən xətti asılı olmayan $Y_1^-(x,\lambda),\ Y_2^-(x,\lambda), Y_3^-(x,\lambda), Y_4^-(x,\lambda)$ həlləri var, belə ki, $Y_1^-(x,\lambda)\in L_2(0,\ \infty), Y_i^-(x,\lambda)\notin L_2(0,\ \infty),\ i=2,3,4$. (11) tənliyinin qoşma tənliyinin isə $Z_i^-(x,\lambda)$ həlləri var ki, $Z_i^-(x,\lambda)\in L_2(0,\ \infty),\ i=1,2,3$ və $Z_4^-(x,\lambda)\notin L_2(0,\ \infty)$. Bu halda

$$\ell_+\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)Y=f$$

tənliyinin $Y(x,\lambda)=R_\lambda^{-\alpha}f$ həllini tapmaq üçün sabitlərin variasiyası metodu tətbiq edilir və $R_\lambda^{+\alpha}$ rezolventası üçün aparılan mühakimələr təkrar olunur. Tutaq ki,

$$Z_{5-i}^-(\xi,\lambda)=\omega_i^-(\xi,\lambda),\quad i=1,...,4,$$

$$h^{-}(x,\lambda)=\frac{1}{U_v(Y_1^{-})}\sum_{i=2}^{4}U_v(Y_i^{-})\omega_i^{-}(\xi,\lambda),$$

$$K^{-}(x,\xi,\lambda)=\begin{cases}\left[h^{-}(\xi,\lambda)+\omega_i^{-}(\xi,\lambda)\right]Y_1^{-}(x,\lambda), & \xi<x,\\ h^{-}(\xi,\lambda)Y_1^{-}(x,\lambda)-\sum\limits_{i=2}^{4}\omega_i^{-}(\xi,\lambda)Y_1^{-}(x,\lambda), & \xi>x.\end{cases}$$

Teorem 10. *$R_\lambda^{-\alpha}$ rezolventası üçün aşağıdakı inteqral göstəriliş doğrudur:*

$$Y(x,\lambda)=\left(R_\lambda^{-\alpha}f\right)(x)=\int_0^\infty K^{-}(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi\ .$$

Paraqraf 2.3-ün sonunda rezolvent operator üçün aşağıdakı teorem isbat olunur:

Teorem 11. *λ spektral parametri həqiqi qiymətlər almadıqda və L_λ^α operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədləri olmadıqda L_λ^α operatorunun rezolventası $L_2(0,\infty)$ fəzasında təyin olunmuş məhdud inteqral operatordur və onun nüvəsi Karleman tiplidir. λ həqiqi oxa yaxınlaşdıqda rezolventanın norması sonsuz artır və bütün həqiqi ox L_λ^α operatorlar dəsəsinin kəsilməz spektridir.*

Paraqraf 2.4 L_λ^α operatorlar dəstəsinin məxsusi funksiyaları üzrə ayrılış düsturunun çıxarılmasına həsr olunur. Bu paraqrafda fərz olunur ki, (11) tənliyinin əmsalları (2) şərtlərindən əlavə olaraq (17) şərtlərini də ödəyir. Bu halda L_λ^α operatolar dəstəsinin yalnız sonlu sayda məxsusi ədədləri ola bilər.

Teorem 12. *Tutaq ki, L_λ^α operatorlar dəstəsinin spektral məxsusiyyətləri yoxdur və sonlu sayda həqiqi olmayan $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_p$ məxsusi ədədləri var. Onda kifayət qədər hamar və finit $f(x)$ funksiyası üçün*

$$f(x)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\lambda^3\left[R_{\lambda+i0}^{+\alpha}-R_{\lambda-i0}^{-\alpha}\right]fd\lambda+\sum_{j=1}^{p_1}\underset{\lambda=\lambda_j}{res}\left[\lambda^3R_\lambda^\alpha f\right] \qquad (24)$$

spektral ayrılış düsturu doğrudur, burada

$$\left[R^{+\alpha}_{\lambda+i0}-R^{-\alpha}_{\lambda-i0}\right]f=\int_0^\infty\left[K^+(x,\xi,\lambda+i0)-K^-(x,\xi,\lambda-i0)\right]f(\xi)d\xi\ .$$

Paraqraf 2.5-də finit əmsallar halında L^α_λ operatorlar dəstəsinin spektral xassələri öyrənilir. Fərz edək ki, L^α_λ operatorlar dəstəsinin $r(x)$, $q(x)$, $p(x)$ əmsalları sonlu $[0,a]$ parçasının xaricində sıfra çevrilir. Tutaq ki, $f(x)$ kifayət qədər hamar və finit funksiyadır, belə ki, onun daşıyıcısı $x=0$ nöqtəsini özündə saxlamır. Aşağıdakı funksiyaları daxil edək:

$$y^\pm_a(x,\lambda)=\int_0^\infty K^\pm_a(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi,$$

$$y_a(x,\lambda)=\begin{cases}y^+_a(x,\lambda), & \mathrm{Im}\lambda\ge 0,\\ y^-_a(x,\lambda), & \mathrm{Im}\lambda<0.\end{cases}$$

Teorem 13. *Əgər L^α_λ operatorlar dəstəsinin əmsalları $(0,\,a)$ intervalının kənarında sıfra çevrilirsə və bu dəstənin sonlu sayda həqiqi olmayan $\lambda^+_j(a),\ j=1,...,l,\ \lambda^-_j(a),\ j=1,...,s$ məxsusi ədədləri və $\mu^+_j(a),\ j=1,...,n,\ \mu^-_j(a),\ j=1,...,n$ spektral məxsuisyyətləri mövcud olarsa, onda kifayət qədər hamar və finit $f(x)$ funksiyası üçün aşağıdakı spektral ayrılış düsturları doğrudur:*

$$0=\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda^+_j(a)}{res}\lambda^k y^+_a(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{s}\underset{\lambda=\lambda^+_j(a)}{res}\lambda^k y^-_a(x,\lambda)+$$

$$+\sum_{j=1}^{m}\underset{\lambda=\mu^+_j(a)}{res}\lambda^k y_a(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{n}\underset{\lambda=\mu^-_j(a)}{res}\lambda^k y_a(x,\lambda)-$$

$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda^k\left[y^+_a(x,\lambda)-y^-_a(x,\lambda)\right]d\lambda,\qquad k=0,1,2,$$

$$f(x)=\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda^+_j(a)}{res}\lambda^3 y^+_a(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{s}\underset{\lambda=\lambda^+_j(a)}{res}\lambda^3 y^-_a(x,\lambda)+$$

$$+\sum_{j=1}^{m}\underset{\lambda=\mu_j^+(a)}{res}\lambda^3 y_a(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{n}\underset{\lambda=\mu_j^-(a)}{res}\lambda^3 y_a(x,\lambda)-$$
$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda^3\left[y_a^+(x,\lambda)-y_a^-(x,\lambda)\right]d\lambda.$$

İkinci fəslin axırıncı paraqrafında əvvəlki paraqraflarda alınmış ayrılış düsturları "kəsilmiş əmsallar" metodu ilə də çıxarılır. Aşağıdakı funksiyanı daxil edək:

$$\eta_a(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le a,\\ 0, & x>0.\end{cases}$$

L_λ^α operatorlar dəstəsinin $r(x)$, $q(x)$, $p(x)$ əmsalları vasitəsilə aşağıdakı funksiyaları quraq:

$$r_a(x)=r(x)\eta_a(x),\ \ p_a(x)=p(x)\eta_a(x),$$
$$q_a(x)=q(x)\eta_a(x).$$

(2) şərtlərindən alınır ki,

$$\lim_{a\to\infty}\int_0^\infty x^4\left|r_a^s(x)-r^{(s)}(x)\right|dx=0,\qquad s=0,..,3,$$

$$\lim_{a\to\infty}\int_0^\infty x^4\left|p_a^s(x)-p^{(s)}(x)\right|dx=0,\qquad s=0,...,5,$$

$$\lim_{a\to\infty}\int_0^\infty x^4\left|q_a^s(x)-q^{(s)}(x)\right|dx=0,\qquad s=0,...,4. \tag{26}$$

münasibətləri də doğrudur. Onda $f(x)$ kifayət qədər hamar və finit funksiya olduğundan aşağıdakı sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\ell_a\left(x,\frac{d}{dx},\lambda\right)y_a(x,\lambda)=\left(\frac{d}{dx}-i\lambda\right)^3\left(\frac{d}{dx}+i\lambda\right)y_a(x,\lambda)+ \tag{27}$$
$$+r_a'(x)y_a'(x,\lambda)+(\lambda p_a(x)+q_a(x))y_a(x,\lambda)=f(x),$$

$$U_\nu(y_a(x,\lambda))=0,\ \nu=1,2,3 \tag{28}$$

(28) sərhəd şərtləri $U_\nu(y\ \ (x,\lambda))=0,\ \nu=1,2,3$ şərtləri ilə eynidir. Bizi (27), (28) məsələsinin $y_a(x,\lambda)\in L_2(0,\infty)$ şərtini ödəyən həlli

maraqlandırır. Aydındır ki, $y\left(x,\lambda\right)$ funksiyası $L_\lambda^\alpha y=f$ tənliyinin $y(x,\lambda)\in L_2(0,\infty)$ şərtini ödəyən həllidirsə və $K(x,\xi,\lambda)$ funksiyası L_λ^α operatorunun rezolventasının nüvəsidirsə onda

$$y(x,\lambda)=y_a(x,\lambda)-\int_0^\infty K(x,\xi,\lambda)[\eta_a(\xi)-1]r(\xi)y_a(\xi,\lambda)d\xi+$$

$$+\int_0^\infty K(x,\xi,\lambda)[\eta_a(\xi)-1](\lambda p(\xi)+q(\xi))y_a(\xi,\lambda)d\xi \qquad (29)$$

düsturu doğrudur. Digər tərəfdən

$$y(x,\lambda)=\int_0^\infty K(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi,\ \ y_a(x,\lambda)=\int_0^\infty K_a(x,\xi,\lambda)f(\xi)d\xi$$

göstərilişləri də doğrudur.

Əvvəlcə (27), (28) məsələsinin rezolventası qurulur və onun vasitəsilə ayrılış düsturları çıxarılır. Sonra isə limitə keçmənin köməyilə spektral məxsusiyyətlər olmadıqda aşağıdakı ayrılış düsturları isbat olunur:

$$0=\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda_j^+}{res}\lambda^k y(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda_j^-}{res}\lambda^k y(x,\lambda)-$$

$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda^k\left[y^+(x,\lambda)-y^-(x,\lambda)\right]d\lambda, \qquad k=0,1,2,$$

$$f(x)=\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda_j^+}{res}\lambda^3 y(x,\lambda)+\sum_{j=1}^{\ell}\underset{\lambda=\lambda_j^-}{res}\lambda^3 y(x,\lambda)-$$

$$-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\lambda^3\left[y^+(x,\lambda)-y^-(x,\lambda)\right]d\lambda.$$

Beləliklə, L_λ^α operatorlar dəstəsinin əmsalları (2) sinfindən olduqda spektral ayrılış düsturlarını "kəsilmiş" əmsallara uyğun operatorlar dəstəsinin spektral ayrılış düsturlarından limitə keçmə vasitəsilə də almaq olur.

NƏTİCƏ

Dissertasiya işi 4-cü tərtib 3-qat xarakteristikali diferensial operatorlar dəstəsi üçün çevirmə operatorlarinin qurulmasina və çevirmə operatorlarının köməyi ilə bu operatorlar dəstəsinin spektral xassələrinin araşdırılmasına həsr olunmuşdur. İşdə aşağidaki əsas nəticələr alinmişdir:

-dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda sonsuzluqda şərt ödəyən çevirmə operatorları qurulmuşdur. Çevirmə operatorlarının inteqral göstərilişindəki nüvələrinin xassələri araşdırılmışdır;

-dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda $x = 0$ nöqtəsində şərt ödəyən çevirmə operatorları qurulmuşdur. Çevirmə operatorlarının inteqral göstərilişindəki nüvələrinin xassələri araşdırılmışdır;

-dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin məxsusi ədədlərinin kompleks müstəvidə səpələnməsi öyrənilmişdir;

-dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin rezolventasının inteqral göstərilişi tapılmışdır;

-dördüncü tərtib diferensial operatorlar dəstəsinin xarakteristik çoxhədlisinin köklərinin təkrarlanma dərəcələri uyğun olaraq üçə və vahidə bərabər olduqda operatorlar dəstəsinin diskret və kəsilməz spektrlərinə uyğun məxsusi funksiyalar üzrə müxtəlif metodlarla ayrılış düsturları alınmışdır.

Dissertasiyanın əsas nəticələri aşağıdakı işlərdə çap olunmuşdur:

1. Aliev, S.A. On the existence of transformation operator for a fourth order differential equation with triple characteristics // -Baku: Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics of ANAS, – 2013. v. 39, – p. 3-8.
2. Əliyev, S.A. Təkrar xarakteristikalı diferensial tənliklər üçün çevirmə operatorunun varlığı // “Regional inkişaf və böyük mədəniyyət: Mənşə, harmoniya və topologiya məsələləri” Beynəlxalq konfarns, -Naxçıvan: NDU – 2013. – s.58.
3. Алиев, С.А. О существовании оператора преобразования для дифференциалъного уравнения 4-го порядка с трехкратными характеристиками // Нахчыванский Гос. Унив. Научные труды, серия физ.-мат. и техн. наук, –Нахчыван, -2014, № 3 (59), – с.37-41.
4. Orudzhev, E.G., Aliyev, S.A. Construction of a kernel of the transformation operator for a fourth order differential bundle with multiple characteristics // -Baku: Proceedings of IMM of ANAS, Special issue in memory of M.G.Gasymov on his 75-th birthday, special issue -2014. v.40, №2, – p.351-358.
5. Алиев, С.А. Спектральное разложение по собственным функциям одного дифференциального пучка 4-го порядка с трех-кратным характеристическим корнем // Journal of Contemporary Applied Mathematics, – 2019, т.9, №2, – с. 46-56
6. Orudzheva, E.G., Aliev, S.A. Spectral analysis of a fourth-order differential bundle with a triple characteristic root // “Spectral Theory and its Applications” an Intern. Workshop dedicated to the 80 anniv. of an acad. Mirabbas Gasymov, –Baku: –7-8 June, – 2019, – p.133-136.
7. Оруджев, Э.Г., Алиев, С.А. Исследование спектра и резольвенты одного дифференциального пучка 4-то порядка с трехкратным характеристическим корнем // Научные Ведомости Белгородского Гос. Унив. Математика. Физика, – 2019, – т.51, №1, – с.52-63.

8. Алиев, С.А. 4-х кратное разложение по собственным функциям дифференциального пучка с 3-х кратным непрерывным спектром // “Scientific Collection Interconf” Proceedings of the 8-th Intern. Scientific and Practical confer. – Manchester, Great Britain: -26-28 December, – 2020, № 3(39), – с.1494-1506.
9. Оруджев Э. Г., Алиев С.А. Исследование спектра и резольвенты одного дифференциального пучка 4-то порядка с трехкратным характеристическим корнем // Вестник Воронежского Гос. Унив. Серия: Физика. Математика, 2020, №. 3, с.95-106.
10. Aliyev, S.A. On spectral properties of the family of fourth order differential operators with finite and exponentially decreasing coefficients // -Baku: Journal of Contemporary Applied Mathematics, –2020. v.10, №2, –p.101-109.
11. Aliyev, S.A. On transformation operators with conditions in zero for a fourth order differential equation with triple characteristics // “Problems of Modern Mathematics and its applications” 70-th anniversary of A.A.Borubaev, Kyrgyzstan, Bishkek - Issyk-Kul June 15-19,-2021, –p. 51-52.

Son olaraq, müəllif elmi rəhbəri, professor Elşar Orucova məsələnin qoyuluşu və işin yerinə yetirilməsini daim diqqət altında saxladığı üçün dərin minnətdarlığını bildirir.

Dissertasiyanın müdafiəsi **17 yanvar 2025**-ci il tarixində **saat 14^{00} -** da Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun nəzdində fəaliyyət göstərən ED 1.04 Dissertasiya şurasının iclasında keçiriləcək.

Ünvan: AZ 1141, Bakı şəhəri, B. Vahabzadə küçəsi, 9.

Dissertasiya işi ilə Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun kitabxana-sında tanış olmaq mümkündür.

Dissertasiya və avtoreferatın elektron versiyaları Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun rəsmi internet saytında yerləşdirilmişdir.

Avtoreferat **12 dekabr 2024**-cü il tarixində zəruri ünvanlara göndərilmişdir.

Çapa imzalanıb: 29.11.2024
Kağızın formatı: 60x84 1/16
Həcm: 36109
Tiraj: 100